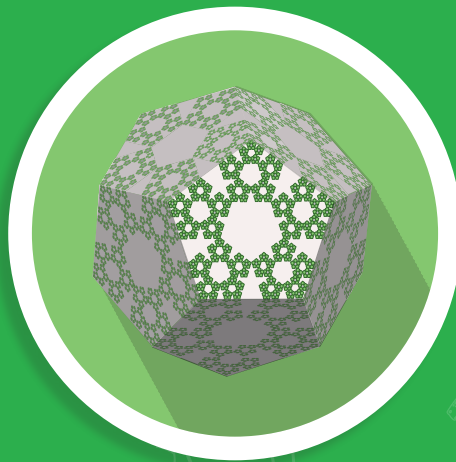


DBA

V.2

# Derechos Básicos de Aprendizaje



• Matemáticas •

# Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

**Presidente de la República**

Juan Manuel Santos Calderón

**Ministro (e) de Educación Nacional**

Francisco Javier Cardona Acosta

**Viceministro de Educación Preescolar, Básica y Media**

Victor Javier Saavedra Mercado

**Directora de Calidad para la Educación Preescolar, Básica y Media**

Paola Andrea Trujillo Pulido

**Subdirector (e) de Fomento de Competencias**

Alfredo Olaya Toro

**Subdirectora de Referentes y Evaluación de la Calidad Educativa**

María Claudia Sarta Herrera

**Equipo Técnico Ministerio de Educación Nacional**

Ana Camila Medina Pulido

Jorge Castaño García

Yadira Sanabria Mejía

Guillermo Andrés Salas Rodríguez

Jairo Anibal Rey Monroy

Jenny Andrea Blanco Guerrero

**Equipo Técnico Universidad de Antioquia**

Gilberto de Jesús Obando Zapata – Coordinador general

Walter Fernando Castro Gordillo – Coordinador de matemáticas

Juan Fernando Molina-Toro

María Denis Vanegas Vasco

Martha Bonilla Estévez

Mónica Marcela Parra-Zapata

Olga Emilia Botero Hernández

Oscar Iván Santafé

Paula Andrea Rendón-Mesa

Luz Cristina Agudelo Palacio – Dinamizadora

Sugey Andrea Gonzales Sánchez – Dinamizadora

Joaquín Jiménez Rodríguez – Par lector Internacional

Rodolfo Vergel Causado – Par lector Nacional

**Equipo gestión Siempre Día E**

Diana Beatriz Quiceno Montoya

Isabel Cristina Ortiz Correa

Sebastián Estrada Jaramillo

**Equipo de Diseño y diagramación**

Estratégica Comunicaciones LTDA.

**Impresión**

Panamericana Formas e Impresos S.A.

ISBN: 978-958-691-925-8

Agradecimientos al equipo de la Dirección de Calidad para la Educación Preescolar, Básica y Media y a Ana Bolena Escobar Escobar, por su gestión y aportes al desarrollo de este propósito.

Este documento se elaboró en el marco del Contrato Interadministrativo No. 0803 de 2016 suscrito entre la Universidad de Antioquia y el Ministerio de Educación Nacional.

**Los materiales de la Caja Siempre Día E se encuentran en permanente revisión y construcción con la comunidad educativa para responder a las necesidades de nuestro contexto.**



- Derechos Básicos de Aprendizaje •

# + Matemáticas

# Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

## Contenido

|                                   |   |
|-----------------------------------|---|
| 1. Introducción                   | 5 |
| 2. El camino recorrido            | 5 |
| 3. ¿Qué son los DBA?              | 6 |
| 3.1. Estructura de los DBA        | 6 |
| Comentarios finales sobre los DBA | 7 |



# Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

## Introducción

La educación de calidad es un derecho fundamental y social que debe ser garantizado para todos. Presupone el desarrollo de conocimientos, habilidades y valores que forman a la persona de manera integral. Este derecho debe ser extensivo a todos los ciudadanos en tanto es condición esencial para la democracia y la igualdad de oportunidades.

En esta ocasión, el Ministerio de Educación Nacional (MEN) presenta los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), un conjunto de aprendizajes estructurantes<sup>1</sup> que han de aprender los estudiantes en cada uno de los grados de educación escolar, desde transición hasta once, y en las áreas de lenguaje, matemáticas en su segunda versión, ciencias sociales y ciencias naturales en su primera versión; los DBA de ciencias sociales se publicarán virtualmente dado el momento histórico de nuestro país que invita a su construcción conjunta y cuidadosa por parte de todas las colombianas y los colombianos. Estas cuatro versiones de los DBA continúan abiertas a la realimentación de la comunidad educativa del país y se harán procesos de revisión en los que serán tenidos en cuenta los comentarios de docentes, directivos docentes y formadores de formadores, entre otros actores.

## 2. El camino recorrido

Desde su publicación en el 2015, la primera versión de los DBA, para las áreas de matemáticas y lenguaje, fue objeto de análisis y reflexión por parte de la comunidad educativa en mesas de discusión en todo el país. De esta revisión surgió una nueva versión de los DBA que rescata las fortalezas de la primera versión y responde a los aspectos que en dichos escenarios de discusión fueron reseñados como oportunidades para el mejoramiento.

El Ministerio de Educación Nacional (MEN) agradece la participación de la comunidad nacional en este debate público, bien a título personal o en representación de Redes o Asociaciones de profesionales; pues sus aportes fueron de gran valor en la construcción de la propuesta que se presenta en esta oportunidad. Esta versión, elaborada con el apoyo de la Universidad de Antioquia, recorrió el camino que se muestra en la Figura 1.

Figura 1. Fases o momentos del proceso de construcción de los DBA



<sup>1</sup>Entendidos como un conjunto coherente de conocimientos y habilidades con potencial para organizar los procesos necesarios en el logro de nuevos aprendizajes, y que, por ende, permiten profundas transformaciones en el desarrollo de las personas.

## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

Producto de este trabajo académico, presentamos a la comunidad nacional la segunda versión de los DBA en las áreas de matemáticas y lenguaje, para los grados primero a once, la cual es resultado de la conjunción de aportes de las mesas de discusión y sigue abierta a un proceso de revisión permanente.

Igualmente ofrecemos la primera versión de los DBA en ciencias naturales y ciencias sociales, también de los grados primero a once, que serán analizados y realimentados a través de procesos de socialización que se encuentran en curso en diferentes escenarios académicos, y sus posibilidades de uso en el aula.

### 3. ¿Qué son los DBA?

Los DBA, en su conjunto, explicitan los aprendizajes estructurantes para un grado y un área particular. Se entienden los aprendizajes como la conjunción de unos conocimientos, habilidades y actitudes que otorgan un contexto cultural e histórico a quien aprende. Son estructurantes en tanto expresan las unidades básicas y fundamentales sobre las cuales se puede edificar el desarrollo futuro del individuo.

Los DBA se organizan guardando coherencia con los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias (EBC). Su importancia radica en que plantean elementos para construir rutas de enseñanza que promueven la consecución de aprendizajes año a año para que, como resultado de un proceso, los estudiantes alcancen los EBC propuestos por cada grupo de grados.

Sin embargo, es importante tener en cuenta que los DBA por sí solos no constituyen una propuesta curricular y estos deben ser articulados con los enfoques, metodologías, estrategias y contextos definidos en cada establecimiento educativo, en el marco de los Proyectos Educativos Institucionales (PEI) materializados en los planes de área y de aula. Los DBA también constituyen un conjunto de conocimientos y habilidades que se pueden movilizar de un grado a otro, en función de los procesos de aprendizaje de los estudiantes. Si bien los DBA se formulan para cada grado, el maestro puede trasladarlos de uno a otro en función de las especificidades de los procesos de aprendizaje de los estudiantes. De esta manera, los DBA son una estrategia para promover la flexibilidad curricular puesto que definen aprendizajes amplios que requieren de procesos a lo largo del año y no son alcanzables con una o unas actividades.

#### 3.1 Estructura de los DBA

La estructura para la enunciación de los DBA está compuesta por tres elementos centrales:

- ◆ El enunciado.
- ◆ Las evidencias de aprendizaje.
- ◆ El ejemplo.

## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

### 2. Utiliza diferentes estrategias para contar, realizar operaciones (suma y resta) y resolver problemas aditivos.

#### Evidencias de aprendizaje

- Realiza conteos (de uno en uno, de dos en dos, etc.) iniciando en cualquier número.
- Determina la cantidad de elementos de una colección agrupándolos de 1 en 1, de 2 en 2, de 5 en 5.
- Describe y resuelve situaciones variadas con las operaciones de suma y resta en problemas cuya estructura puede ser  $a + b = ?$ ,  $a + ? = c$ , o  $? + b = c$ .
- Establece y argumenta conjeturas de los posibles resultados en una secuencia numérica.
- Utiliza las características del sistema decimal de numeración para crear estrategias de cálculo y estimación de sumas y restas.

#### Ejemplo

Emplea una calculadora simple (o algún applet que la simule) y explora el efecto que tiene el signo  $=$  (igual) o medida que se presiona varias veces después de digitar una suma o una resta.

El **enunciado** referencia el aprendizaje estructurante para el área.

Las **evidencias** expresan indicios claves que muestran a los maestros si se está alcanzando el aprendizaje expresado en el enunciado.

El **ejemplo** concreta y complementa las evidencias de aprendizaje.

### Comentarios finales sobre los DBA

- a) Los DBA buscan ser de fácil comprensión tanto para docentes como para padres de familia y otros actores claves del ámbito educativo.
- b) Los DBA están numerados pero esto no define un orden de trabajo en el aula; es decir, son los aprendizajes que se buscan alcanzar al finalizar el año, de manera que exigen que a lo largo del año se planeen experiencias para que los estudiantes los logren.
- c) El profesor podrá -según los aprendizajes- desarrollar experiencias que aporten al alcance de varios de los aprendizajes propuestos por los DBA simultáneamente.
- d) Las evidencias de aprendizaje le sirven de referencia al maestro para hacer el aprendizaje observable. Algunas de ellas podrán observarse más rápido; otras exigen un proceso más largo, pero todas en su conjunto buscan dar pistas adecuadas del aprendizaje expresado en el enunciado.
- e) Los ejemplos muestran lo que el niño debe estar en capacidad de hacer al alcanzar los aprendizajes enunciados según su edad y momento de desarrollo para dar cuenta de su apropiación del aprendizaje enunciado.
- f) Los ejemplos pueden ser contextualizados de acuerdo con lo que el docente considere pertinente para sus estudiantes según su región, características étnicas y demás elementos determinantes.

## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

# 1. Identifica los usos de los números (como código, cardinal, medida, ordinal) y las operaciones (suma y resta) en contextos de juego, familiares, económicos, entre otros.

## Evidencias de aprendizaje

- Construye e interpreta representaciones pictóricas y diagramas para representar relaciones entre cantidades que se presentan en situaciones o fenómenos.
- Explica cómo y por qué es posible hacer una operación (suma o resta) en relación con los usos de los números y el contexto en el cual se presentan.
- Reconoce en sus actuaciones cotidianas posibilidades de uso de los números y las operaciones.
- Interpreta y resuelve problemas de juntar, quitar y completar, que involucren la cantidad de elementos de una colección o la medida de magnitudes como longitud, peso, capacidad y duración.
- Utiliza las operaciones (suma y resta) para representar el cambio en una cantidad.

## Ejemplo

A partir de diversos materiales (recortes de periódico, revistas, facturas, noticias, etiquetas de productos alimenticios, la cuenta de servicios públicos, fotografías, placas de vehículos, números de documentos de identidad, entre otros) reconoce los números que aparecen allí.

Identifica con cuáles de esos números:

- ☐ Se puede conocer la cantidad de objetos de una colección.
- ☐ Pueden ordenar eventos u objetos.
- ☐ Pueden hacer operaciones.

Propone preguntas que para ser resueltas requieren calcular una suma o una resta.

¿Se pueden sumar los números de una placa de un carro o moto? En caso afirmativo, ¿para qué sería útil ese dato? Es decir, ¿cuál es su interpretación?

# 2. Utiliza diferentes estrategias para contar, realizar operaciones (suma y resta) y resolver problemas aditivos.

## Evidencias de aprendizaje

- Realiza conteos (de uno en uno, de dos en dos, etc.) iniciando en cualquier número.
- Determina la cantidad de elementos de una colección agrupándolos de 1 en 1, de 2 en 2, de 5 en 5.
- Describe y resuelve situaciones variadas con las operaciones de suma y resta en problemas cuya estructura puede ser  $a + b = ?$ ,  $a + ? = c$ , o  $? + b = c$ .
- Establece y argumenta conjeturas de los posibles resultados en una secuencia numérica.
- Utiliza las características del sistema decimal de numeración para crear estrategias de cálculo y estimación de sumas y restas.

## Ejemplo

Emplea una calculadora simple (o alguna aplicación que la simule) y explora el efecto que tiene el signo  $=$  (igual) a medida que se presiona varias veces después de digitar una suma o una resta.

# Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2



- ❑ Si se presiona  $5 + 2 = = =$  ¿Cuál sería el resultado?
- ❑ ¿Cuál sería el resultado si en la calculadora se presiona  $4 + 3 = = = = =$ ?
- ❑ Describe las acciones que hace la calculadora. Si se digita el número 3 y luego se digita  $+ 5$  y se presiona la tecla *igual* diez veces, ¿cuáles números aparecerán en la calculadora cada vez que se digita un “igual”?

## 3. Utiliza las características posicionales del Sistema de Numeración Decimal (SND) para establecer relaciones entre cantidades y comparar números.

### Evidencias de aprendizaje

- Realiza composiciones y descomposiciones de números de dos dígitos en términos de la cantidad de “dieces” y de “unos” que los conforman.
- Encuentra parejas de números que al adicionarse dan como resultado otro número dado.
- Halla los números correspondientes a tener “diez más” o “diez menos” que una cantidad determinada.
- Emplea estrategias de cálculo como “el paso por el diez” para realizar adiciones o sustracciones.

### Ejemplo

En una bolsa hay billetes de dos denominaciones \$1 y \$10. Con esos billetes realiza el siguiente juego con uno o varios compañeros de clase. “Ambos piensan en un número, y sacan de la bolsa los billetes que requieran para completar la cantidad representada por dicho número. Gana el juego quien forme la cantidad usando el menor número de billetes”.

| Cantidad pensada | Billetes que utilizó el primer jugador  | Billetes que utilizó el segundo jugador | Billetes que utilizó el tercer jugador | Jugador ganador |
|------------------|-----------------------------------------|-----------------------------------------|----------------------------------------|-----------------|
| 15               | Un billete de \$10 y 5 billetes de \$1  | 15 billetes de \$1                      | Un billete de \$10 y 5 billetes de \$1 | Jugadores 1 y 3 |
| 25               | Un billete de \$10 y 15 billetes de \$1 | 25 billetes de \$1                      | 2 billetes de \$10 y 5 billetes de \$1 | Jugador 3       |

Luego de realizar varias partidas, explica por qué el mismo número se puede obtener con diferente cantidad de billetes y explica por qué el jugador ganador logró ser exitoso.

Se dispone de máximo 9 billetes de \$10 y 30 billetes de \$1. Para formar la cantidad \$47, encuentra al menos 5 maneras distintas de formar la cantidad solicitada. Identifica la forma en la que se usan menos billetes y encuentra una regla para saberlo rápidamente.

## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

- 4.** Reconoce y compara atributos que pueden ser medidos en objetos y eventos (longitud, duración, rapidez, masa, peso, capacidad, cantidad de elementos de una colección, entre otros).

## Evidencias de aprendizaje

- Identifica atributos que se pueden medir en los objetos.
- Diferencia atributos medibles (longitud, masa, capacidad, duración, cantidad de elementos de una colección), en términos de los instrumentos y las unidades utilizadas para medirlos.
- Compara y ordena objetos de acuerdo con atributos como altura, peso, intensidades de color, entre otros y recorridos según la distancia de cada trayecto.
- Compara y ordena colecciones según la cantidad de elementos.

## Ejemplo

A partir de una colección de objetos cotidianos de diferentes tamaños y pesos<sup>1</sup>, que sean comparables respecto a algún atributo, como una piña, un carro de juguete, una uva, un lápiz, una hoja de papel, una manzana, entre otros, los ordena respecto a su tamaño y su peso y discute sobre las condiciones de ubicación entre ellos. Establece diversos ordenamientos de acuerdo con alguna magnitud, por ejemplo, se toman cajas de diferentes tamaños y se llenan con materiales como plastilina, arroz y algodón de modo que en la caja más pequeña quede el mayor peso y argumenta las razones para dicho ordenamiento.

<sup>1</sup>Término usado en el sentido informal, al tomar en cuenta que el concepto de masa se desarrolla en grados posteriores.

- 5.** Realiza medición de longitudes, capacidades, peso, masa, entre otros, para ello utiliza instrumentos y unidades no estandarizadas y estandarizadas.

## Evidencias de aprendizaje

- Mide longitudes con diferentes instrumentos y expresa el resultado en unidades estandarizadas o no estandarizadas comunes.
- Compara objetos a partir de su longitud, masa, capacidad y duración de eventos.
- Toma decisiones a partir de las mediciones realizadas y de acuerdo con los requerimientos del problema.

## Ejemplo

Se dispone de tiras o cuerdas de diferentes tamaños, como las que se presentan en la imagen.



Identifica:

- a) Las tiras de otros colores que pueden armar la tira morada.
  - b) El número de tiras  que caben en .
  - c) La cantidad de tiras  y  que se necesitan para medir el largo de un lápiz o un clip. ¿De cuál de las dos tiras se necesitan más ?, ¿Por qué?
- 
- d) Anticipa la cantidad de tiras amarillas que se necesitan para medir un objeto si conoce que para medirlo se requieren 3 tiras de color naranja.



## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

- 6.** Compara objetos del entorno y establece semejanzas y diferencias empleando características geométricas de las formas bidimensionales y tridimensionales (Curvo o recto, abierto o cerrado, plano o sólido, número de lados, número de caras, entre otros).

### Evidencias de aprendizaje

- Crea, compone y descompone formas bidimensionales y tridimensionales, para ello utiliza plastilina, papel, palitos, cajas, etc.
- Describe de forma verbal las cualidades y propiedades de un objeto relativas a su forma.
- Agrupa objetos de su entorno de acuerdo con las semejanzas y las diferencias en la forma y en el tamaño y explica el criterio que utiliza. Por ejemplo, si el objeto es redondo, si tiene puntas, entre otras características.
- Identifica objetos a partir de las descripciones verbales que hacen de sus características geométricas.

### Ejemplo

A partir de la construcción de títeres con material reciclable y de la configuración de objetos como los que se muestran en las figuras siguientes, relaciona las formas y cuerpos geométricos y encuentra características similares y diferentes entre la forma de las figuras y los sólidos que los componen.



Mariposa



Pingüino



Gato



Señora Bigotes



Sapo

- 7.** Describe y representa trayectorias y posiciones de objetos y personas para orientar a otros o a sí mismo en el espacio circundante.

### Evidencias de aprendizaje

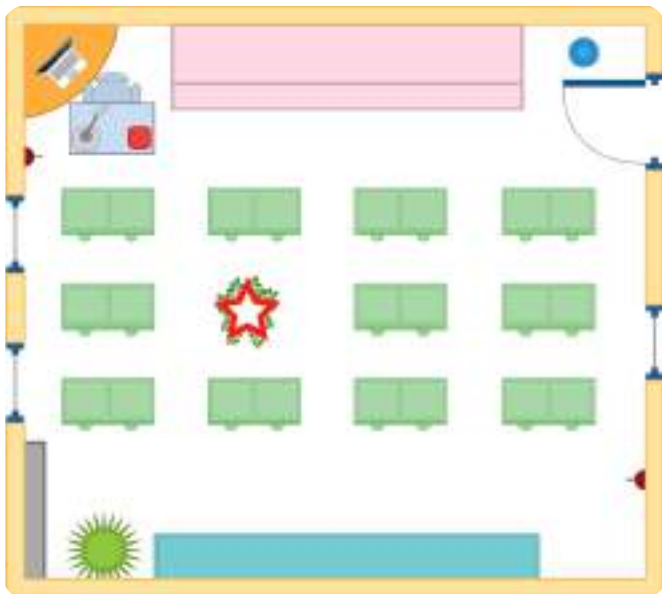
- Utiliza representaciones como planos para ubicarse en el espacio.
- Toma decisiones a partir de la ubicación espacial.
- Dibuja recorridos, para ello considera los ángulos y la lateralidad.
- Compara distancias a partir de la observación del plano al estimar con pasos, baldosas, etc.

## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

## Ejemplo

En un plano que representa el salón de clases hay una marca (estrella roja) que indica el lugar donde se ocultó un objeto. Escribe instrucciones que se darían a alguien que está en la puerta del salón para que encuentre el objeto.

Determina si se pueden dar otras instrucciones para llegar al mismo sitio.



## 8. Describe cualitativamente situaciones para identificar el cambio y la variación usando gestos, dibujos, diagramas, medios gráficos y simbólicos.

## Evidencias de aprendizaje

- Identifica y nombra diferencias entre objetos o grupos de objetos.
- Comunica las características identificadas y justifica las diferencias que encuentra.
- Establece relaciones de dependencia entre magnitudes.

## Ejemplo

Se tiene un dispensador para pasar agua de un recipiente a un vaso. Al servir agua en el vaso el volumen de los dos recipientes cambia, describe cuáles de las otras magnitudes cambian y explica la relación entre ambas. Elabora dibujos en diferentes momentos, cuando se llena 1, 2, 3 vasos etc.





# Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

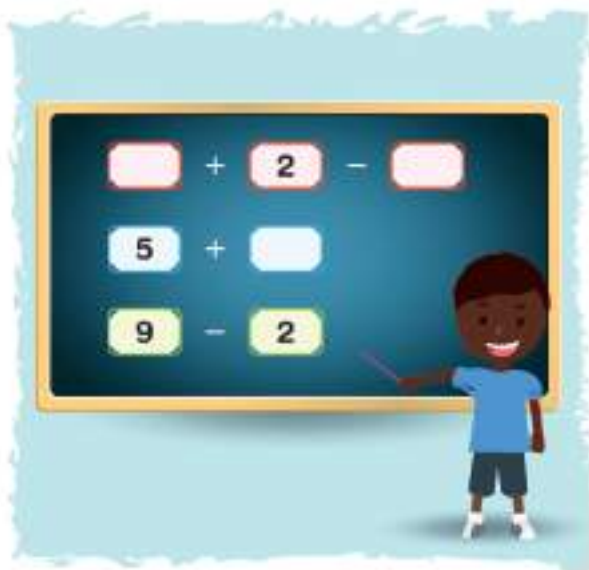
## 9. Reconoce el signo igual como una equivalencia entre expresiones con sumas y restas.

### Evidencias de aprendizaje

- Propone números que satisfacen una igualdad con sumas y restas.
- Describe las características de los números que deben ubicarse en una ecuación de tal manera que satisfaga la igualdad.
- Argumenta sobre el uso de la propiedad transitiva en un conjunto de igualdades.

### Ejemplo

Llena los espacios vacíos para que el resultado de la cadena azul y la cadena verde sean iguales. Indaga otras posibles soluciones.



Llena los espacios vacíos para que el resultado de la cadena roja sea mayor que el resultado de la cadena azul e indaga si hay otras soluciones.

## 10. Clasifica y organiza datos, los representa utilizando tablas de conteo y pictogramas sin escalas, y comunica los resultados obtenidos para responder preguntas sencillas.

### Evidencias de aprendizaje

- Identifica en fichas u objetos reales los valores de la variable en estudio.
- Organiza los datos en tablas de conteo y/o en pictogramas sin escala.
- Lee la información presentada en tablas de conteo y/o pictogramas sin escala (1 a 1).
- Comunica los resultados respondiendo preguntas tales como: ¿cuántos hay en total?, ¿cuántos hay de cada dato?, ¿cuál es el dato que más se repite?, ¿cuál es el dato que menos aparece?

### Ejemplo

Como bienvenida al año escolar se les va a brindar a los alumnos de 1A un helado. Se les pide que informen sobre cuáles son los sabores de su preferencia. Los niños con la ayuda de la profesora hacen una consulta y presentan el siguiente gráfico con los resultados obtenidos:

| PREFERENCIA DE HELADOS DE LOS ESTUDIANTES DE 1A |                                                                                       |
|-------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| Sabor de helado                                 | TARJETAS                                                                              |
| Fresa                                           |  |
| Uva                                             |  |
| Vainilla                                        |                                                                                       |
| Chocolate                                       |  |
| Maracuyá                                        |  |

## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

Escribe una frase sencilla para responder preguntas tales como: ¿cuántos niños prefieren el helado de sabor de fresa?, ¿cuántos de uva?, etc., y ¿cuántos helados se deben comprar en total?, ¿cuál es el sabor más escogido por los niños del curso 1A?

## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

- 1. Interpreta, propone y resuelve problemas aditivos (de composición, transformación y relación) que involucren la cantidad en una colección, la medida de magnitudes (longitud, peso, capacidad y duración de eventos) y problemas multiplicativos sencillos.**

### Evidencias de aprendizaje

- Interpreta y construye diagramas para representar relaciones aditivas y multiplicativas entre cantidades que se presentan en situaciones o fenómenos.
- Describe y resuelve situaciones variadas con las operaciones de suma y resta en problemas cuya estructura puede ser  $a + b = ?$ ,  $a + ? = c$ , o  $? + b = c$ .
- Reconoce en diferentes situaciones relaciones aditivas y multiplicativas y formula problemas a partir de ellas.

### Ejemplo



En una sala de videojuegos se requiere tener dinero para pagar el valor de cada hora. Con base en esta situación:

- Propone una pregunta que se pueda responder con una multiplicación.
- Propone una pregunta que se pueda responder con una división.
- Si hay promoción en la sala y se hace un descuento por cada dos horas de uso del

servicio, ¿se podría aplicar reiteradamente la multiplicación para conocer el valor a pagar?

- 2. Utiliza diferentes estrategias para calcular (agrupar, representar elementos en colecciones, etc.) o estimar el resultado de una suma y resta, multiplicación o reparto equitativo.**

### Evidencias de aprendizaje

- Construye representaciones pictóricas y establece relaciones entre las cantidades involucradas en diferentes fenómenos o situaciones.
- Usa algoritmos no convencionales para calcular o estimar el resultado de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones entre números naturales, los describe y los justifica.

### Ejemplo

Cuatro estudiantes deciden jugar parqués con una sola ficha y con las siguientes reglas:

- a) En el primer turno se lanzará un solo dado y cada punto de este permitirá mover la ficha tres casillas.
  - b) En el segundo turno se utilizarán dos dados y cada punto permitirá mover la ficha una casilla. Inicia el lanzamiento quien lidera el juego, luego quien vaya de segundo, de tercero, hasta lanzar quien esté en el último puesto.
  - c) En los siguientes turnos se repite la primera regla y luego la segunda regla hasta terminar el juego. Se lanza en el orden que se definió en la segunda regla.
- Si al registrar (en su orden) cada lanzamiento en una tabla los resultados son:

## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2



| Jugadores | Puntos Lanzamiento 1 | Puntos Lanzamiento 2 |
|-----------|----------------------|----------------------|
| Andrés    | 5                    | 8                    |
| Camilo    | 3                    | 10                   |
| Juan José | 1                    | 11                   |
| Carlos    | 6                    | 5                    |

Determina el jugador que lidera el juego hasta el momento. Averigua la cantidad de puntos que debe obtener Camilo en el siguiente lanzamiento para liderar el juego después del tercer turno y propone una regla adicional para que sea Juan José quien lidere el juego después de los dos primeros turnos.

### 3. Utiliza el Sistema de Numeración Decimal para comparar, ordenar y establecer diferentes relaciones entre dos o más secuencias de números con ayuda de diferentes recursos.

#### Evidencias de aprendizaje

- Compara y ordena números de menor a mayor y viceversa a través de recursos como la calculadora, aplicación, material gráfico que represente billetes, diagramas de colecciones, etc.
- Propone ejemplos y comunica de forma oral y escrita las condiciones que puede establecer para conservar una relación (mayor que, menor que) cuando se aplican algunas operaciones a ellos.

- Reconoce y establece relaciones entre expresiones numéricas (hay más, hay menos, hay la misma cantidad) y describe el tipo de operaciones que debe realizarse para que a pesar de cambiar los valores numéricos, la relación se conserve.

#### Ejemplo

En la imagen se presenta la tarea que Sara hizo en el tablero. Sin embargo, por accidente un compañero borró parte de lo que Sara había hecho.



- Escribe algunos números en los espacios vacíos para lograr que se cumpla la relación.
- Any dijo que el número que se había borrado en la primera línea era 2. Argumenta si Any tiene o no la razón.
- Cuando Margarita vio el tablero quiso ayudar a Sara con la segunda línea del tablero. Ella dijo que sólo podría poner dos números en el espacio borrado. Determina la validez del argumento de Margarita y explica por qué ella dice que hay dos posibilidades.

Valora la validez de la afirmación: José dijo que Mario se había equivocado en la tercera línea porque para que se cumpla la igualdad, después del 5 no podía quedar ningún número. Justifica su valoración.

## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

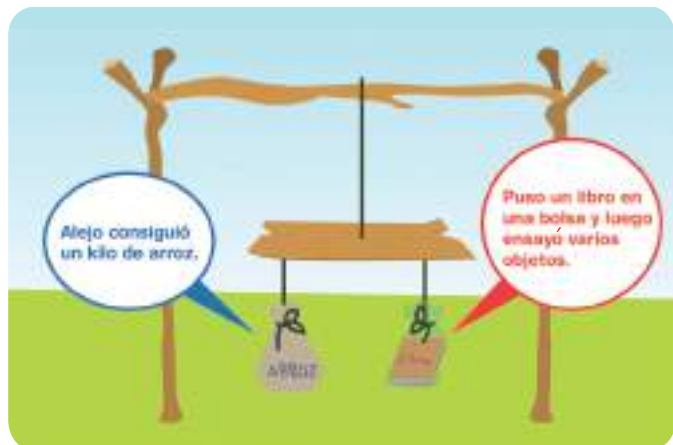
- 4.** Compara y explica características que se pueden medir, en el proceso de resolución de problemas relativos a longitud, superficie, velocidad, peso o duración de los eventos, entre otros.

### Evidencias de aprendizaje

- Utiliza instrumentos y unidades de medición apropiados para medir magnitudes diferentes.
- Describe los procedimientos necesarios para medir longitudes, superficies, capacidades, pesos de los objetos y la duración de los eventos.
- Mide magnitudes con unidades arbitrarias y estandarizadas.
- Estima la medida de diferentes magnitudes en situaciones prácticas.

### Ejemplo

Analiza diferentes situaciones en las que se comparan objetos según magnitudes y describe estrategias para: calcular la distancia recorrida por un auto que se mueve a cierta velocidad constante durante un intervalo de tiempo; calcula o estima la cantidad de tela que se gastaría en un vestido, la longitud de una cinta para cubrir el borde de una mesa; busca longitudes cercanas a un metro o pesos cercanos a un kilogramo e identifica otros objetos que podrían tener esa longitud o ese peso.



- 5.** Utiliza patrones, unidades e instrumentos convencionales y no convencionales en procesos de medición, cálculo y estimación de magnitudes como longitud, peso, capacidad y tiempo.

### Evidencias de aprendizaje

- Describe objetos y eventos de acuerdo con atributos medibles: superficie, tiempo, longitud, peso, ángulos.
- Realiza mediciones con instrumentos y unidades no convencionales, como pasos, cuadrados o rectángulos, cuartas, metros, entre otros.
- Compara eventos según su duración, para ello utiliza relojes convencionales.

### Ejemplo

Pipe y Lupe salen al mismo tiempo de sus lugares respectivos (cuadrado azul y cuadrado verde), pasan por la zanahoria que tienen más cerca y llegan hasta donde está el conejo. En este recorrido Pipe tarda 30 minutos y Lupe tarda 35 minutos.





## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

Señala la pareja de relojes correspondiente a la hora de llegada de los niños hasta el conejo y explica la respuesta.

1

2



3

4



**6.** Clasifica, describe y representa objetos del entorno a partir de sus propiedades geométricas para establecer relaciones entre las formas bidimensionales y tridimensionales.

## Evidencias de aprendizaje

- Reconoce las figuras geométricas según el número de lados.
- Diferencia los cuerpos geométricos.
- Compara figuras y cuerpos geométricos y establece relaciones y diferencias entre ambos.

## Ejemplo

La habitación de Andrés se muestra en la siguiente imagen:



Sofía es la tía de Andrés y se encuentra en otro país, ella quiere hacerse a una idea de la habitación de su sobrino. Andrés escribe una carta a Sofía en la que describe detalladamente la habitación de Andrés y los objetos que hay en ella.

Estudia si la descripción que hace Andrés es correcta, justifica su respuesta y propone afirmaciones que la completan.

Querida tía Sofía.

Estoy muy feliz con mi nueva habitación y quiero contarte cómo es. Imagínate que tengo una cama de forma rectangular y un armario. También tengo una ventana cuadrada y una pintura en la cabecera de la cama de forma triangular.

¡Tengo muchos juguetes! Dos balones que tienen forma esférica, de fútbol y de baloncesto. También tengo carros y cubos para apilar. No te imaginas lo feliz que me siento con todo lo que tengo en mi habitación. Espero que me envíes una foto para ponerla en el portarretrato.

Un abrazo.

Tu sobrino, Andrés.

# Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

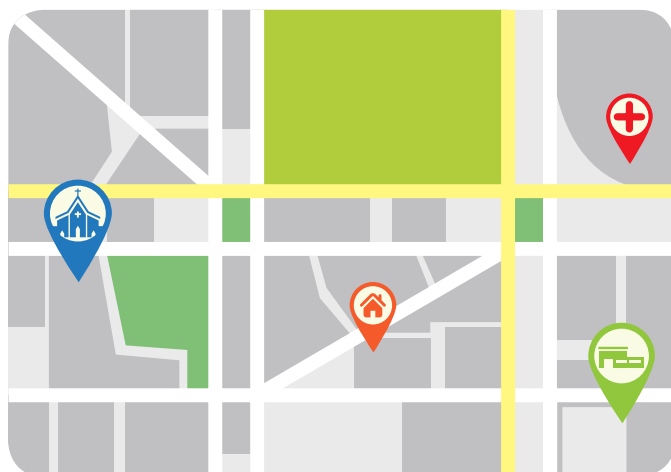
- 7.** Describe desplazamientos y referencia la posición de un objeto mediante nociones de horizontalidad, verticalidad, paralelismo y perpendicularidad en la solución de problemas.

## Evidencias de aprendizaje

- Describe desplazamientos a partir de las posiciones de las líneas.
- Representa líneas y reconoce las diferentes posiciones y la relación entre ellas.
- En dibujos, objetos o espacios reales, identifica posiciones de objetos, de aristas o líneas que son paralelas, verticales o perpendiculares.
- Argumenta las diferencias entre las posiciones de las líneas.

## Ejemplo

- Identifica desplazamientos en lugares determinados que estén en correspondencia con unas normas establecidas. Da indicaciones para llegar a determinado sitio. Para ello utiliza palabras como: vertical, horizontal, paralelo, perpendicular.
- En la figura se muestra el mapa de un lugar; indica de manera verbal, escrita o gráfica cómo llegar de la casa a la iglesia sin perderse o desplazándose con cierta condición.



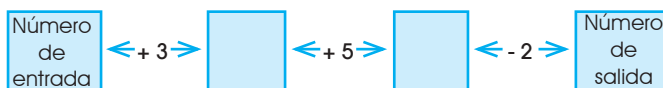
- 8.** Propone e identifica patrones y utiliza propiedades de los números y de las operaciones para calcular valores desconocidos en expresiones aritméticas.

## Evidencias de aprendizaje

- Establece relaciones de reversibilidad entre la suma y la resta.
- Utiliza diferentes procedimientos para calcular un valor desconocido.

## Ejemplo

Ubica un número de entrada y efectúa las operaciones indicadas en la cadena numérica.



- Encuentra los valores respectivos de salida cuando los números de entrada son 1, 4 y 7.
- Encuentra los valores de entrada para que los números de salida sean 18 y 36.



Verbaliza las propiedades que se usan cuando recorre la cadena de izquierda a derecha y de derecha a izquierda. Construye cadenas equivalentes a la cadena dada inicialmente.



## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

- 9.** Opera sobre secuencias numéricas para encontrar números u operaciones faltantes y utiliza las propiedades de las operaciones en contextos escolares o extraescolares.

## Evidencias de aprendizaje

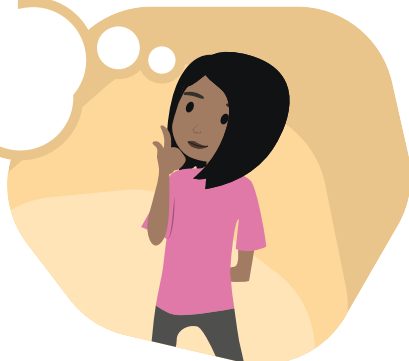
- Utiliza las propiedades de las operaciones para encontrar números desconocidos en igualdades numéricas.
- Utiliza las propiedades de las operaciones para encontrar operaciones faltantes en un proceso de cálculo numérico.
- Reconoce que un número puede escribirse de varias maneras equivalentes.
- Utiliza ensayo y error para encontrar valores u operaciones desconocidas.

## Ejemplo

Encuentra todas las parejas de números cuya suma es 12 y todos los resultados que se obtienen al multiplicar los números de cada pareja. Propone una tabla para presentar y relacionar los resultados. Realiza lo mismo con otros números (10, 11, etc.) y compara las parejas obtenidas. Establece procedimientos para encontrar las parejas y construye reglas para saber cuántas parejas se pueden formar según el resultado de la suma. Propone ideas sobre cuál es la pareja en la que el resultado es mayor.

$$a + b = 12$$

$$a \times b = ?$$



- 10.** Clasifica y organiza datos, los representa utilizando tablas de conteo, pictogramas con escalas y gráficos de puntos, comunica los resultados obtenidos para responder preguntas sencillas.

## Evidencias de aprendizaje

- Identifica la equivalencia de fichas u objetos con el valor de la variable.
- Organiza los datos en tablas de conteo y en pictogramas con escala (uno a muchos).
- Lee la información presentada en tablas de conteo, pictogramas con escala y gráficos de puntos.
- Comunica los resultados respondiendo preguntas tales como: ¿cuántos hay en total?, ¿cuántos hay de cada dato?, ¿cuál es el dato que más se repite?, ¿cuál es el dato que menos se repite?

## Ejemplo

- En el colegio se realizan las elecciones a personero. La información de los resultados de las votaciones se presenta en el siguiente gráfico:



Cada ★ Equivale a 5 votos

- En el informe que se entrega, se afirma que:
- a) El ganador fue el candidato 2; b) El total de votos fue de 210; c) El candidato ganador obtuvo el doble de votos que el candidato que obtuvo menos votos; d) El candidato 4 obtuvo la mitad de votos que el candidato 2. Escribe un informe en el que se compara la información textual con

## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

la presentada en la gráfica para dar argumentos sobre la veracidad de la información presentada.

**11** Explica, a partir de la experiencia, la posibilidad de ocurrencia o no de un evento cotidiano y el resultado lo utiliza para predecir la ocurrencia de otros eventos.

### Evidencias de aprendizaje

- Diferencia situaciones cotidianas cuyo resultado puede ser incierto de aquellas cuyo resultado es conocido o seguro.
- Identifica resultados posibles o imposibles, según corresponda, en una situación cotidiana
- Predice la ocurrencia o no de eventos cotidianos basado en sus observaciones.

### Ejemplo



En el grado 2º deciden jugar al lanzamiento de aviones de papel. Acuerdan que todos lanzan los aviones desde una raya que dibujan cerca del tablero del salón y gana el estudiante que lance el avión más lejos. David afirma que él será siempre el ganador porque ya sabe lanzar aviones de papel. Determina si la afirmación del niño es verdadera o falsa y justifica su respuesta.

## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

# 1. Interpreta, formula y resuelve problemas aditivos de composición, transformación y comparación en diferentes contextos; y multiplicativos, directos e inversos, en diferentes contextos.

## Evidencias de aprendizaje

- Construye diagramas para representar las relaciones observadas entre las cantidades presentes en una situación.
- Resuelve problemas aditivos (suma o resta) y multiplicativos (multiplicación o división) de composición de medida y de conteo.
- Propone estrategias para calcular el número de combinaciones posibles de un conjunto de atributos.
- Analiza los resultados ofrecidos por el cálculo matemático e identifica las condiciones bajo las cuales ese resultado es o no plausible.

## Ejemplo

En los partidos de baloncesto, una cesta puede tener un valor de tres puntos, de dos puntos o de un punto. Propone el número de cestas que hizo cada equipo.



En la imagen se muestra el marcador al finalizar el primer tiempo de un partido de baloncesto.

Si el partido terminó empatado en 80 puntos responde: ¿Cuántas cestas hizo el equipo LOCAL?, ¿Cuántas cestas hizo el equipo VISITANTE? ¿Cómo pudo haberse logrado los puntajes?

Si hubo tres tiros libres para LOCAL y cinco tiros libres para VISITANTE, determina el puntaje de cada equipo sabiendo que cada tiro libre vale un solo punto.

# 2. Propone, desarrolla y justifica estrategias para hacer estimaciones y cálculos con operaciones básicas en la solución de problemas.

## Evidencias de aprendizaje

- Utiliza las propiedades de las operaciones y del Sistema de Numeración Decimal para justificar acciones como: descomposición de números, completar hasta la decena más cercana, duplicar, cambiar la posición, multiplicar abreviadamente por múltiplos de 10, entre otros.
- Reconoce el uso de las operaciones para calcular la medida (compuesta) de diferentes objetos de su entorno.
- Argumenta cuáles atributos de los objetos pueden ser medidos mediante la comparación directa con una unidad y cuáles pueden ser calculados con algunas operaciones entre números.

## Ejemplo

El siguiente gráfico presenta la cantidad de dinero de un juego de mesa que tiene Juan para repartir por partes iguales entre sus tres hijos.

# Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2



Escribe la cantidad de dinero que Juan va a repartir.

Thomas, el hijo mayor de Juan, hizo el siguiente cálculo:

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\begin{array}{r} 400 \overline{) 400} \\ \underline{400} \phantom{00} \\ 000 \phantom{00} \\ \underline{000} \phantom{00} \\ 000 \phantom{00} \\ \underline{000} \phantom{00} \\ 000 \end{array}$ <p>Así reparto 100 y me quedaron 400. (estaba mal)</p> $\begin{array}{r} 400 \overline{) 400} \\ \underline{400} \phantom{00} \\ 000 \phantom{00} \\ \underline{000} \phantom{00} \\ 000 \phantom{00} \\ \underline{000} \phantom{00} \\ 000 \end{array}$ <p>Como me faltaba repartir 40 le hago de 10 para cada uno.</p> $\begin{array}{r} 40 \overline{) 40} \\ \underline{40} \\ 00 \end{array}$ | <p>Luego Thomas hizo lo siguiente:</p> $\begin{array}{r} 400 \overline{) 400} \\ \underline{400} \phantom{00} \\ 000 \phantom{00} \\ \underline{000} \phantom{00} \\ 000 \phantom{00} \\ \underline{000} \phantom{00} \\ 000 \end{array}$ <p>todo lo que repartí fue:</p> $\begin{array}{r} 400 \overline{) 400} \\ \underline{400} \phantom{00} \\ 000 \phantom{00} \\ \underline{000} \phantom{00} \\ 000 \phantom{00} \\ \underline{000} \phantom{00} \\ 000 \end{array}$ <p>después sumo:</p> $100 + 20 + 20 \text{ y me dan de } \$ 140 \text{ y así mismo } 10.$ |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Describe el procedimiento realizado por Thomas y explica por qué es o no válido.  
Propone cambios al procedimiento de tal manera que sea válido, en caso de considerarlo incorrecto.

## 3. Establece comparaciones entre cantidades y expresiones que involucran operaciones y relaciones aditivas y multiplicativas y sus representaciones numéricas.

### Evidencias de aprendizaje

- Realiza mediciones de un mismo objeto con otros de diferente tamaño y establece equivalencias entre ellas.
- Utiliza las razones y fracciones como una manera de establecer comparaciones entre dos cantidades.
- Propone ejemplos de cantidades que se relacionan entre sí según correspondan a una fracción dada.
- Utiliza fracciones para expresar la relación de "el todo" con algunas de sus "partes", asimismo diferencia este tipo de relación de otras como las relaciones de equivalencia (igualdad) y de orden (mayor que y menor que).

### Ejemplo

Algunos sistemas económicos usan monedas para representar fracciones de la unidad. En Estados Unidos se utiliza como unidad **un** dólar, y algunas monedas representan fracciones de esta unidad. La siguiente imagen presenta dos ejemplos de las monedas en este sistema, una corresponde a **medio** dólar y la otra a **un cuarto** de dólar.



En Colombia, las monedas que representaban fracciones de peso, desaparecieron hace ya varios años. Existían monedas con denominaciones de uno, dos, cinco, diez, veinte, veinticinco y cincuenta centavos. Construye ese tipo de monedas. En una de las caras diseña la

## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

denominación de la moneda en centavos, y en la otra, diseña la denominación de la moneda en fracción (semejante a como se denominan en Estados Unidos).

- ❑ La moneda de **un cuarto** de peso, ¿a cuántos centavos equivaldría?
- ❑ La moneda de 10 centavos ¿a cuál fracción equivaldría?  
Si 50 centavos son lo mismo que dos monedas de 20 centavos y una de 10 centavos. Es decir,  
 $50 = 2 (20) + 1 (10)$

En fracciones sería: medio de peso equivale a 2 monedas de quinto y una moneda de décimo. Es decir,

$$1 \text{ medio} = 2 \text{ quintos} + 1 \text{ décimo}$$

- ❑ Mónica tiene 70 centavos en monedas, Carlos tiene dos monedas de 20 centavos, Paula tiene cinco monedas de 10 centavos. Representa estos valores usando la denominación en forma de fracción de cada moneda.
- ❑ Propone otras equivalencias para cantidades diferentes de monedas usando tanto la denominación en forma de fracción como en centavos.

#### 4. Describe y argumenta posibles relaciones entre los valores del área y el perímetro de figuras planas (especialmente cuadriláteros).

##### Evidencias de aprendizaje

- Toma decisiones sobre la magnitud a medir (área o longitud) según la necesidad de una situación.
- Realiza recubrimientos de superficies con diferentes figuras planas.
- Mide y calcula el área y el perímetro de un rectángulo y expresa el resultado en unidades apropiadas según el caso.
- Explica cómo figuras de igual perímetro pueden tener diferente área.

##### Ejemplo

Determina el número de rectángulos que se pueden formar utilizando 12 palillos y en cada caso encuentra el número de cuadrados, cuyo lado es un palillo; que caben en cada rectángulo.



Si cada uno de los rectángulos formados se imagina como tablas a las que se pone cinta alrededor, indica la cantidad de cinta que se necesita. Da la medida en términos del número de palillos. Dice en cuál de esos rectángulos se usa mas cinta y cuáles menos.

## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

- 5.** Realiza estimaciones y mediciones de volumen, capacidad, longitud, área, peso de objetos o la duración de eventos como parte del proceso para resolver diferentes problemas.

### Evidencias de aprendizaje

- Compara objetos según su longitud, área, capacidad, volumen, etc.
- Hace estimaciones de longitud, área, volumen, peso y tiempo según su necesidad en la situación.
- Hace estimaciones de volumen, área y longitud en presencia de los objetos y los instrumentos de medida y en ausencia de ellos.
- Empaca objetos en cajas y recipientes variados y calcula la cantidad que podría caber; para ello tiene en cuenta la forma y volumen de los objetos a empacar y la capacidad del recipiente en el que se empaca.

### Ejemplo

Se tienen que empacar frascos de 8 cm de diámetro y 15 cm de alto. El empacador dispone de cajas de base rectangular de diferentes tamaños y tiene que decidir la caja de tamaño más adecuado.

Explica diversos procedimientos que el empacador puede seguir para tomar la decisión más adecuada.

Identifica las medidas de tres posibles cajas, si por peso se sugiere que en cada una vayan 50 frascos.

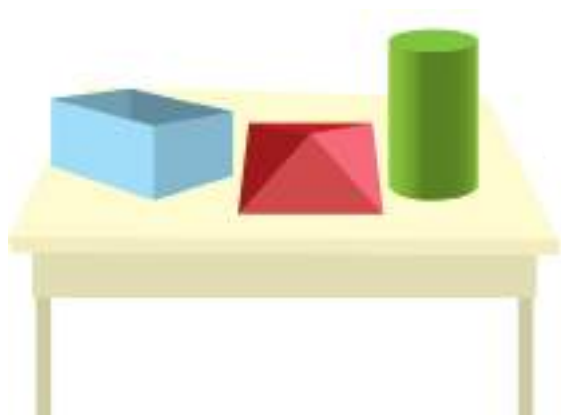
- 6.** Describe y representa formas bidimensionales y tridimensionales de acuerdo con las propiedades geométricas.

### Evidencias de aprendizaje

- Relaciona objetos de su entorno con formas bidimensionales y tridimensionales, nombra y describe sus elementos.
- Clasifica y representa formas bidimensionales y tridimensionales tomando en cuenta sus características geométricas comunes y describe el criterio utilizado.
- Interpreta, compara y justifica propiedades de formas bidimensionales y tridimensionales.

### Ejemplo

La profesora de tercero tiene sobre su mesa los cuerpos geométricos que se ven en la imagen:



- David y María no pudieron ver los cuerpos geométricos de la profesora pues no asistieron a clase. Ellos deben realizar la construcción de los mismos con cartulina, cinta y tijeras de tal manera que tengan la misma forma que los de la profesora.
- Envía por escrito un mensaje preciso a David y María para que puedan realizar la construcción requerida. El mensaje no puede incluir dibujos, solo las indicaciones adecuadas de tal manera



## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

que puedan construir los cuerpos basándose en las indicaciones.

Patricia y Román quisieron ayudar a David y María. Para ello escribieron los siguientes mensajes:

La primera figura tiene caras cuadradas, tiene 8 vértices y 12 aristas.

El segundo cuerpo tiene todas las caras planas y no iguales; algunas caras son triángulos.

El tercer cuerpo tiene dos círculos y un óvalo lado curvo como base.

El primer cuerpo tiene caras opuestas iguales, tiene 8 vértices y le falta una cara.

El segundo cuerpo tiene caras en forma de triángulos y de rectángulos. Todas las caras de triángulo se unen en un punto.

El tercer cuerpo tiene tres caras; dos círculos y una cara curva.

Revisa los mensajes escritos e indica si con ellos David y María pueden construir de forma igual los cuerpos que tenía la profesora sobre la mesa y mejora los mensajes escritos.

## 7. Formula y resuelve problemas que se relacionan con la posición, la dirección y el movimiento de objetos en el entorno.

### Evidencias de aprendizaje

- Localiza objetos o personas a partir de la descripción o representación de una trayectoria y construye representaciones pictóricas para describir sus relaciones.
- Identifica y describe patrones de movimiento de figuras bidimensionales que se asocian con transformaciones como: reflexiones, traslaciones y rotaciones de figuras.
- Identifica las propiedades de los objetos que se conservan y las que varían cuando se realizan este tipo de transformaciones.
- Plantea y resuelve situaciones en las que se requiere analizar las transformaciones de diferentes figuras en el plano.

### Ejemplo

En un concurso de fotografías Tomás y Alejandro presentan un mosaico con mariposas. Escribe algunas condiciones para que se incluyan una tercera y una cuarta columna de fotografías que conserven la forma como se disponen las imágenes de las dos primeras columnas.



## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

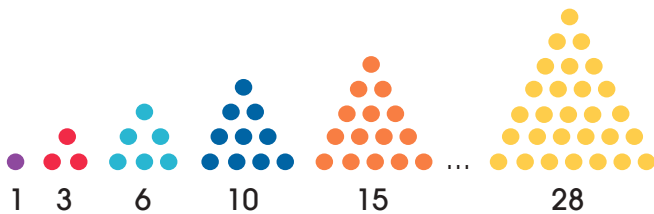
### 8. Describe y representa los aspectos que cambian y permanecen constantes en secuencias y en otras situaciones de variación.

#### Evidencias de aprendizaje

- Describe de manera cualitativa situaciones de cambio y variación utilizando lenguaje natural, gestos, dibujos y gráficas.
- Construye secuencias numéricas y geométricas utilizando propiedades de los números y de las figuras geométricas.
- Encuentra y representa generalidades y valida sus hallazgos de acuerdo al contexto.

#### Ejemplo

El gráfico muestra arreglos triangulares de puntos. En la primera posición se tiene 1 punto, en la segunda 3 puntos, en la tercera 6 puntos, en la cuarta 10 puntos. Registra (en su orden) el número de puntos en cada posición:



| Posición | Número de puntos | Descripción del proceso para obtener el siguiente arreglo puntual |
|----------|------------------|-------------------------------------------------------------------|
| Primera  | 1                | Se dibuja un punto                                                |
| Segunda  | 3                | Al punto anterior se le agregan dos puntos.                       |
| Tercera  | 6                |                                                                   |
| Cuarta   |                  |                                                                   |
| Quinta   |                  |                                                                   |
| Octava   |                  |                                                                   |
| Novena   |                  |                                                                   |

Explica cómo encontrar el número de puntos en una posición cualquiera. Justifica si existe un arreglo triangular que tenga 35 puntos o 38 puntos.

### 9. Argumenta sobre situaciones numéricas, geométricas y enunciados verbales en los que aparecen datos desconocidos para definir sus posibles valores según el contexto.

#### Evidencias de aprendizaje

- Propone soluciones con base en los datos a pesar de no conocer el número.
- Toma decisiones sobre cantidades aunque no conozca exactamente los valores.
- Trabaja sobre números desconocidos y con esos números para dar respuestas a los problemas.

## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

## Ejemplo



José y Patricia tienen cada uno, una caja de dulces. No se sabe cuántos dulces hay en cada caja, pero sí que cada caja tiene la misma cantidad. José tiene un dulce extra encima de su caja. Patricia tiene tres dulces encima de su caja.

Dibuja o escribe con letras o con otros símbolos, cuántos dulces tienen entre José y Patricia. ¿Quién tiene más dulces? ¿Cuántos dulces se necesita dar a uno de ellos para que tenga la misma cantidad que el otro? Explica la respuesta y los procedimientos.

**10.** Lee e interpreta información contenida en tablas de frecuencia, gráficos de barras y/o pictogramas con escala, para formular y resolver preguntas de situaciones de su entorno.

## Evidencias de aprendizaje

- Identifica las características de la población y halla su tamaño a partir de diferentes representaciones estadísticas.
- Construye tablas y gráficos que representan los datos a partir de la información dada.

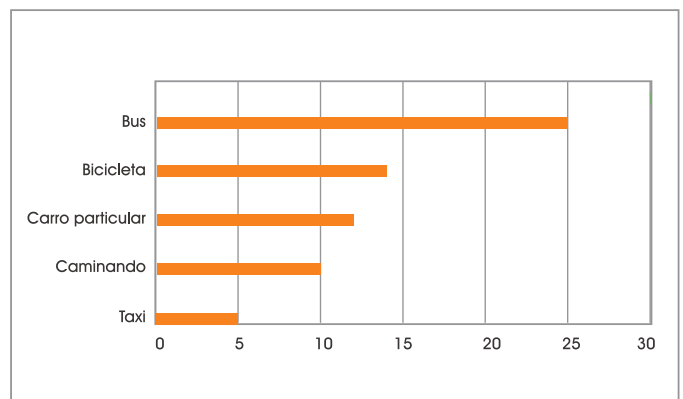
- Analiza e interpreta información que ofrecen las tablas y los gráficos de acuerdo con el contexto.
- Identifica la moda a partir de datos que se presentan en gráficos y tablas.
- Compara la información representada en diferentes tablas y gráficos para formular y responder preguntas.

## Ejemplo

A partir de la lectura de la siguiente situación, identifica la información contenida en cada representación y propone títulos coherentes con una posible pregunta de estudio.

El director de la escuela hizo una encuesta y solicita a los alumnos su colaboración para que le propongan títulos adecuados para la tabla y el gráfico y que además escriban un informe corto con el análisis de los resultados.

|                  |    |
|------------------|----|
| Caminando        | 10 |
| Bicicleta        | 14 |
| Bus              | 25 |
| Taxi             | 5  |
| Carro particular | 12 |
| Total            | 66 |



Plantea algunas ideas acerca del estado del tiempo el día de la salida, a partir de la lectura de la tabla.

Para una salida pedagógica que se realizará el día 28 de ese mes, se quiere saber si es necesario llevar impermeable. Se realiza un registro de si llueve o no durante varios días y con base en esa información se toma la decisión. Esta es la tabla que se elaboró:

## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

# 1. Interpreta las fracciones como razón, relación, parte todo, cociente y operador en diferentes contextos.

## Evidencias de aprendizaje

- Describe situaciones en las cuales puede usar fracciones y decimales.
- Reconoce situaciones en las que dos cantidades covarían y cuantifica el efecto que los cambios en una de ellas tienen en los cambios de la otra y a partir de este comportamiento determina la razón entre ellas.

## Ejemplo

Las limonadas de don Diego son famosas. Tienen un sabor característico, quien las haya probado es capaz de identificarlas en cualquier parte. Aunque no se conoce la receta de don Diego, si se sabe que él utiliza para un litro de agua, seis limones y tres cucharadas de azúcar.



- Tratando de imitar la receta, Carlos preparó una limonada con dos jarras de agua (de litro cada una), diez limones y seis cucharadas de azúcar. Justifica si la limonada de Carlos tendría o no el mismo sabor que la de don Diego. En caso

de considerar que no, menciona las diferencias que tendrían.

- Si don Diego dispone de 18 limones, averigua la cantidad de agua y azúcar que debería utilizar si quiere preparar su limonada.
- Propone otras posibilidades de preparar limonadas con el sabor característico de don Diego variando las cantidades de los ingredientes.
- Explica qué ocurre si las personas utilizan diferentes medidas para las cucharas de azúcar.
- Completa las instrucciones que deben darse para la preparación de otras limonadas que tengan la misma concentración que la de Don Diego.

# 2. Describe y justifica diferentes estrategias para representar, operar y hacer estimaciones con números naturales y números racionales (fraccionarios)<sup>1</sup>, expresados como fracción o como decimal

## Evidencias de aprendizaje

- Utiliza el sistema de numeración decimal para representar, comparar y operar con números mayores o iguales a 10.000.
- Describe y desarrolla estrategias para calcular sumas y restas basadas en descomposiciones aditivas y multiplicativas.

<sup>1</sup>No se espera en este nivel escolar un estudio profundo de los números racionales como sistema numérico, sino una primera aproximación a las cantidades -generalmente llamada en los grados de primaria como fraccionarios- que expresan una razón entre otras dos cantidades, y cuyo resultado no siempre da un número exacto de unidades. Aunque estrictamente hablando los conceptos representados por estas expresiones no son coincidentes se acompañará la palabra "racionales" de la palabra "fraccionario" escrita entre paréntesis.



## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

- Utiliza y justifica algoritmos estandarizados y no estandarizados para realizar operaciones aditivas con representaciones decimales provenientes de fraccionarios cuyas expresiones tengan denominador 10, 100, etc.
- Identifica y construye fracciones equivalentes a una fracción dada.
- Propone estrategias para calcular sumas y restas de algunos fraccionarios.

## Ejemplo

El banco de un juego de mesa tiene los siguientes billetes y fichas para comprar tarjetas de autos:



Cada billete representa una parte del valor de la ficha circular y ésta se le entrega únicamente a quien deposite \$10.000 en el banco del juego. Encuentra la cantidad de dinero que se puede canjear en el banco cuando tenga trece billetes azules, veintidós billetes rojos, dos billetes grises y seis fichas. Determina si con ese dinero es posible comprar la tarjeta de un auto cuyo precio en el juego es de 10 fichas circulares.

### 3. Establece relaciones mayor que, menor que, igual que y relaciones multiplicativas entre números racionales en sus formas de fracción o decimal.

## Evidencias de aprendizaje

- Construye y utiliza representaciones pictóricas para comparar números racionales (como fracción o decimales).
- Establece, justifica y utiliza criterios para comparar fracciones y decimales.
- Construye y compara expresiones numéricas que contienen decimales y fracciones.

## Ejemplo

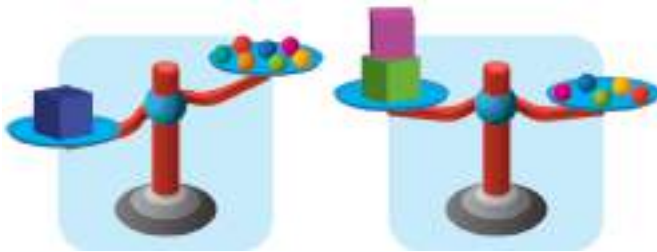
En la siguiente imagen se muestra una balanza que está equilibrada; en un lado de la balanza se encuentran tres objetos esféricos, mientras que en el otro lado un objeto con caras cuadradas. Según la información de la imagen:



- Indica cuál de los dos objetos es más pesado.
- Describe la relación que hay entre los pesos de los dos objetos.
- Explica si las relaciones expresadas por las balanzas de la figura siguiente concuerdan con los datos de la imagen anterior. En caso que haya algunas que no sean correctas, dibuja la posición de la balanza que esté acorde con las cantidades presentadas.



## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2



- 4.** Caracteriza y compara atributos medibles de los objetos (densidad, dureza, viscosidad, masa, capacidad de los recipientes, temperatura) con respecto a procedimientos, instrumentos y unidades de medición; y con respecto a las necesidades a las que responden.

## Evidencias de aprendizaje

- Reconoce que para medir la capacidad y la masa se hacen comparaciones con la capacidad de recipientes de diferentes tamaños y con paquetes de diferentes masas, respectivamente (litros, centilitros galón, botella, etc., para capacidad, gramos, kilogramos, libras, arrobas, etc., para masa.)
- Diferencia los atributos medibles como capacidad, masa, volumen, entre otros, a partir de los procedimientos e instrumentos empleados para medirlos y los usos de cada uno en la solución de problemas.
- Identifica unidades y los instrumentos para medir masa y capacidad, y establece relaciones entre ellos.
- Describe procesos para medir capacidades de un recipiente o el peso de un objeto o producto.

- Argumenta sobre la importancia y necesidad de medir algunas magnitudes como densidad, dureza, viscosidad, masa, capacidad, etc.

## Ejemplo



En clase de sociales le enseñan a Felipe que es conveniente seleccionar productos que, además de ser económicos, ofrezcan posibilidades de reciclaje, por el tipo de material del empaque.

¿Qué criterios son adecuados para seleccionar entre varias marcas el mejor producto por economía y posibilidades de reciclaje?

Compara la información brindada en los empaques de dos o más productos para tomar decisiones, cuando la información no es suficiente propone procedimientos de medida para hacer las comparaciones.

## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

- 5.** Elige instrumentos y unidades estandarizadas y no estandarizadas para estimar y medir longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa, duración, rapidez, temperatura, y a partir de ellos hace los cálculos necesarios para resolver problemas.

## Evidencias de aprendizaje

- Expresa una misma medida en diferentes unidades, establece equivalencias entre ellas y toma decisiones de la unidad más conveniente según las necesidades de la situación.
- Propone diferentes procedimientos para realizar cálculos (suma y resta de medidas, multiplicación y división de una medida y un número) que aparecen al resolver problemas en diferentes contextos.
- Emplea las relaciones de proporcionalidad directa e inversa para resolver diversas situaciones.
- Propone y explica procedimientos para lograr mayor precisión en la medición de cantidades de líquidos, masa, etc.

## Ejemplo

La receta de la torta de vainilla para 20 personas es<sup>1</sup>

| Ingredientes                        | Preparación                                                                 |
|-------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| 1 Taza de azúcar                    | • Precalentar el horno a 180 °C.                                            |
| 125g de mantequilla                 | • Enharinar un molde cuadrado de 23 cm de lado.                             |
| 2 Huevos                            | • Mezclar el azúcar y la mantequilla, hasta lograr una crema suave.         |
| 2 Cucharadas de esencia de vainilla | • Incorporar los huevos uno a uno y luego la vainilla.                      |
| 1½ Tazas de harina                  | • Agregar los demás ingredientes y llevar al horno durante 30 a 40 minutos. |
| 1½ Cucharadas de polvo para hornear |                                                                             |
| 1½ Taza de leche                    |                                                                             |

El azúcar, la harina y la mantequilla se venden por libras. Identifica qué cantidad de azúcar y qué cantidad de mantequilla (en libras) se requiere para hacer la torta. Propone formas más precisas para medir las cantidades de leche, de esencia de vainilla y de otros ingredientes; y establece las cantidades.

Determina los grados Fahrenheit a los que se debe programar el horno para hornear la torta y las cantidades de cada ingrediente que se requieren para elaborar la receta con las mismas características de sabor para 30 personas.

<sup>1</sup> Tomado de <http://allrecipes.com.mx/receta/157/pastel-simplemente-blanco.aspx>

- 6.** Identifica, describe y representa figuras bidimensionales y tridimensionales, y establece relaciones entre ellas.

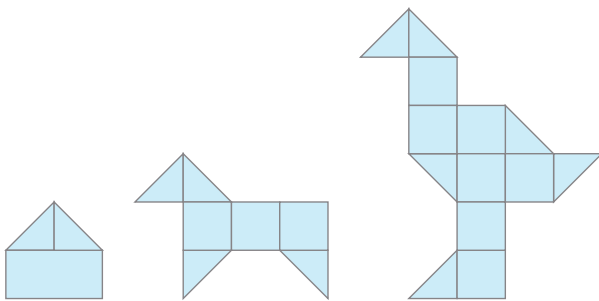
## Evidencias de aprendizaje

- Arma, desarma y crea formas bidimensionales y tridimensionales.
- Reconoce entre un conjunto de desarrollos planos, los que corresponden a determinados sólidos atendiendo a las relaciones entre la posición de las diferentes caras y aristas.

## Ejemplo

Construye esculturas geométricas con cubos y prismas triangulares (medios cubos) y representa de manera bidimensional la representación tridimensional.

## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2



**7** Identifica los movimientos realizados a una figura en el plano respecto a una posición o eje (rotación, traslación y simetría) y las modificaciones que pueden sufrir las formas (ampliación- reducción).

## Evidencias de aprendizaje

- Aplica movimientos a figuras en el plano.
- Diferencia los efectos de la ampliación y la reducción.
- Elabora argumentos referente a las modificaciones que sufre una imagen al ampliarla o reducirla.
- Representa elementos del entorno que sufren modificaciones en su forma.

## Ejemplo

La familia de Francisco estuvo de vacaciones en la finca de los abuelos. Para guardar un recuerdo tomaron una fotografía del lugar.



Francisco quiere poner la fotografía en su habitación para recordar sus vacaciones, pero debe disminuir el tamaño de la imagen. Escoge la imagen que representa una reducción de la foto, justifica y describe el procedimiento realizado para seleccionar la imagen.



(a)



(b)



(c)



(d)

Dibuja la finca del abuelo pero dos veces más grande que la que aparece en la fotografía.

## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

8. Identifica, documenta e interpreta variaciones de dependencia entre cantidades en diferentes fenómenos (en las matemáticas y en otras ciencias) y los representa por medio de gráficas.

## Evidencias de aprendizaje

- Realiza cálculos numéricos, organiza la información en tablas, elabora representaciones gráficas y las interpreta.
- Propone patrones de comportamiento numérico.
- Trabaja sobre números desconocidos y con esos números para dar respuestas a los problemas.

## Ejemplo

Consigue una pelota pequeña y mide la altura 'h' (medida en centímetros) hasta la que rebota cuando se deja caer sobre una superficie dura (cemento) desde diversas alturas H, medida en centímetros (Figura 1). Realiza un registro aproximado de la altura H desde la que se suelta la pelota, así como de la altura h a la que rebota. Representa de otras formas la relación que encuentra entre la altura H (inicial) y la altura h (alcanzada en cada rebote). Escribe algunas conclusiones de esta exploración.

Figura 1. Para medir el rebote.

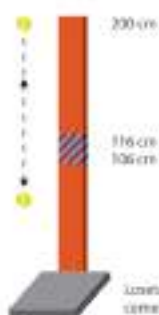


Figura 2. Rebote de una pelota.



9. Identifica patrones en secuencias (aditivas o multiplicativas) y los utiliza para establecer generalizaciones aritméticas o algebraicas.

## Evidencias de aprendizaje

- Comunica en forma verbal y pictórica las regularidades observadas en una secuencia.
- Establece diferentes estrategias para calcular los siguientes elementos en una secuencia.
- Conjetura y argumenta un valor futuro en una secuencia aritmética o geométrica (por ejemplo, en una secuencia de figuras predecir la posición 10, 20 o 100)

## Ejemplo

Explora el efecto que tiene el signo "=" (igual) sobre el resultado a medida que se presiona varias veces.



- Describe y compara el efecto que la acción descrita tiene, si se presiona varias veces el signo igual después de digitar el símbolo de la multiplicación o el símbolo de la división.
- Describe las operaciones y resultados que muestra la calculadora, cuando se presiona  $4 \times 2 = = = =$ .
- Se digita la operación  $3 \times 4$  y luego se presiona la tecla igual diez veces ¿será posible obtener un número menor que 1.000? Estima un número aproximado de veces que deberías presionar el "igual" para obtener el resultado más cercano a 1.000. Utiliza la calculadora para realizar las operaciones y verificar el resultado.
- Determina el mínimo número de veces que se debe presionar el signo igual después de hacer



## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

la operación  $2048 \div 2$  para obtener un número no natural.

**10.** Recopila y organiza datos en tablas de doble entrada y los representa en gráficos de barras agrupadas o gráficos de líneas, para dar respuesta a una pregunta planteada. Interpreta la información y comunica sus conclusiones.

## Evidencias de aprendizaje

- Elabora encuestas sencillas para obtener la información pertinente para responder la pregunta.
- Construye tablas de doble entrada y gráficos de barras agrupadas, gráficos de líneas o pictogramas con escala.
- Lee e interpreta los datos representados en tablas de doble entrada, gráficos de barras agrupados, gráficos de línea o pictogramas con escala.
- Encuentra e interpreta la moda y el rango del conjunto de datos y describe el comportamiento de los datos para responder las preguntas planteadas.

## Ejemplo

La siguiente información fue recolectada en un hato lechero. Con dicha información elabora un informe, para enviarlo al dueño del hato, en el que se compara la producción de leche en horas de la mañana y en horas de la tarde, así como la variación de la producción por vaca.



|    | Margarita | Angela | Rosa | Bianca | Lola | Campana | Paola | Azul | Luz | Flore |
|----|-----------|--------|------|--------|------|---------|-------|------|-----|-------|
| 60 | 80        | 104    | 119  | 95     | 88   | 105     | 148   | 146  | 112 | 169   |
| 78 | 73        | 91     | 97   | 85     | 57   | 90      | 130   | 132  | 100 | 161   |

**11.** Comprende y explica, usando vocabulario adecuado, la diferencia entre una situación aleatoria y una determinística y predice, en una situación de la vida cotidiana, la presencia o no del azar

## Evidencias de aprendizaje

- Reconoce situaciones aleatorias en contextos cotidianos.
- Enuncia diferencias entre situaciones aleatorias y deterministas.
- Usa adecuadamente expresiones como azar o posibilidad, aleatoriedad, determinístico.
- Anticipa los posibles resultados de una situación aleatoria.

## Ejemplo

En las siguientes situaciones reconoce la presencia o no del azar y expone diferencias entre ellas para expresar la posibilidad de conocer, con exactitud, los resultados que se tendrán antes de la ocurrencia del evento.

- a. La selección de la cancha que le corresponde a uno de los equipos cuando se inicia un partido de fútbol en el campeonato mundial.
- b. La selección del nombre del mes entrante.
- c. La selección del menú del refrigerio de la mañana.
- d. La conformación de dos equipos para jugar fútbol.

# Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

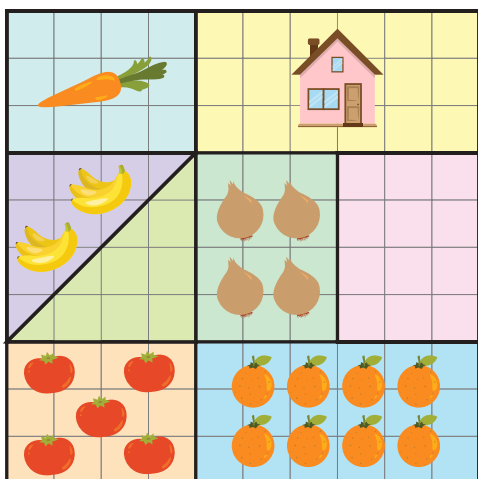
- 1. Interpreta y utiliza los números naturales y racionales en su representación fraccionaria para formular y resolver problemas aditivos, multiplicativos y que involucren operaciones de potenciación.**

## Evidencias de aprendizaje

- Interpreta la relación parte - todo y la representa por medio de fracciones, razones o cocientes.
- Interpreta y utiliza números naturales y racionales (fraccionarios) asociados con un contexto para solucionar problemas.
- Determina las operaciones suficientes y necesarias para solucionar diferentes tipos de problemas.
- Resuelve problemas que requieran reconocer un patrón de medida asociado a un número natural o a un racional (fraccionario).

## Ejemplo

Don Marcos, el dueño de una finca productora de frutas y vegetales, ha decidido distribuir su lote para sembrar los productos que se muestran en la siguiente imagen.



Expresa la fracción del total de la finca que representa cada una de las situaciones siguientes y justifica las respuestas y procedimientos empleados:

- La porción de tierra que piensa utilizar Don Marcos para construir su casa.
- La porción de tierra que se utilizará para sembrar bananos.
- La porción de tierra que se utilizará para sembrar.
- La porción de tierra que no se utilizará para sembrar.

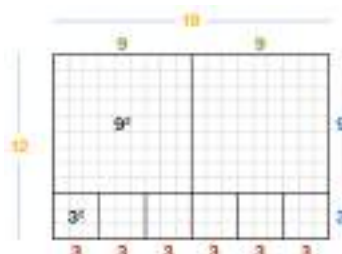
- 2. Describe y desarrolla estrategias (algoritmos, propiedades de las operaciones básicas y sus relaciones) para hacer estimaciones y cálculos al solucionar problemas de potenciación.**

## Evidencias de aprendizaje

- Utiliza las propiedades de las operaciones con números naturales y racionales (fraccionarios) para justificar algunas estrategias de cálculo o estimación relacionados con áreas de cuadrados y volúmenes de cubos.
- Descompone un número en sus factores primos.
- Identifica y utiliza las propiedades de la potenciación para resolver problemas aritméticos.
- Determina y argumenta acerca de la validez o no de estrategias para calcular potencias.

## Ejemplo

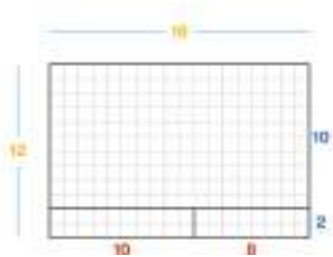
Un profesor representa el producto  $(3^2 \times 2) \times (2^2 \times 3)$  en una hoja cuadriculada de la siguiente manera:



$$\begin{aligned}
 18 \times 12 &= 2 \times (9 \times 6) + 6 \times (3 \times 3) \\
 &= 2 \times (9^2) + 6 \times (3^2) \\
 &= 2 \times (81) + 6 \times (9) \\
 &= 162 + 54 \\
 &= 216
 \end{aligned}$$



## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2



$$\begin{aligned}
 12 \times 10 &= (10 \times 10) + (2 \times 10) + (10 \times 2) \\
 &= 100 + 20 + 20 \\
 &= 140
 \end{aligned}$$

Al dividir de forma diferente la cuadrícula explora si es posible encontrar otra manera de representar el mismo producto.

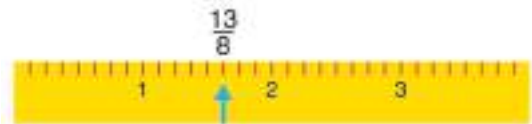
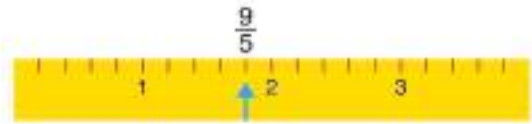
### 3. Compara y ordena números fraccionarios a través de diversas interpretaciones, recursos y representaciones.

#### Evidencias de aprendizaje

- Representa fracciones con la ayuda de la recta numérica.
- Determina criterios para ordenar fracciones y expresiones decimales de mayor a menor o viceversa.

#### Ejemplo

Camilo construyó tres cintas métricas de la misma longitud y dividió la unidad de cada una de ellas en diferentes partes. Luego representó una fracción en cada una de ellas, como se muestra a continuación.



Utiliza las cintas de Camilo e identifica si  $\frac{9}{5}$  es igual, mayor o menor a  $\frac{11}{6}$ .

## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

- 4.** Justifica relaciones entre superficie y volumen, respecto a dimensiones de figuras y sólidos, y elige las unidades apropiadas según el tipo de medición (directa e indirecta), los instrumentos y los procedimientos.

## Evidencias de aprendizaje

- Determina las medidas reales de una figura a partir de un registro gráfico (un plano).
- Mide superficies y longitudes utilizando diferentes estrategias (composición, recubrimiento, bordeado, cálculo).
- Construye y descompone figuras planas y sólidos a partir de medidas establecidas.
- Realiza estimaciones y mediciones con unidades apropiadas según sea longitud, área o volumen.

## Ejemplo

Con una piola de 50 cm se hacen rectángulos diferentes. El perímetro de estos rectángulos es el mismo, determina si sus áreas permanecen iguales.

Determina si se pueden hacer cajas de caras rectangulares de volúmenes diferentes pero en las que se necesite la misma cantidad de cartón para hacer sus moldes.

- 5.** Explica las relaciones entre el perímetro y el área de diferentes figuras (variaciones en el perímetro no implican variaciones en el área y viceversa) a partir de mediciones, superposición de figuras, cálculo, entre otras.

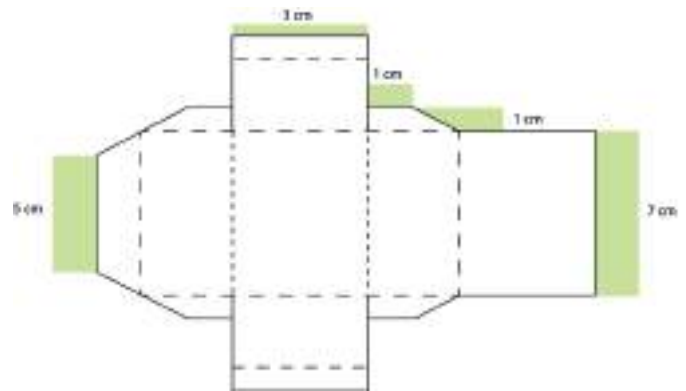
## Evidencias de aprendizaje

- Compara diferentes figuras a partir de las medidas de sus lados.
- Calcula las medidas de los lados de una figura a partir de su área.
- Dibuja figuras planas cuando se dan las medidas de los lados.
- Propone estrategias para la solución de problemas relativos a la medida de la superficie de figuras planas.
- Reconoce que figuras con áreas diferentes pueden tener el mismo perímetro.
- Mide superficies y longitudes utilizando diferentes estrategias (composición, recubrimiento, bordeado, cálculo).

## Ejemplo



Luisa y sus amigas quieren empacar unas tarjetas que tienen diferentes formas (triángulos y cuadriláteros) en sobres rectangulares. Antes de



## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

## 7. Resuelve y propone situaciones en las que es necesario describir y localizar la posición y la trayectoria de un objeto con referencia al plano cartesiano.

### Evidencias de aprendizaje

- Localiza puntos en un mapa a partir de coordenadas cartesianas.
- Interpreta los elementos de un sistema de referencia (ejes, cuadrantes, coordenadas).
- Grafica en el plano cartesiano la posición de un objeto usando direcciones cardinales (norte, sur, oriente y occidente).
- Emplea el plano cartesiano al plantear y resolver situaciones de localización.
- Representa en forma gráfica y simbólica la localización y trayectoria de un objeto.

### Ejemplo



Tatiana es una turista que ha venido a visitarnos. Ayuda a Tatiana a ubicarse a partir de un plano de la ciudad, municipio o barrio. Lo que prefieras:

- Realiza un mapa a escala del barrio en un papel cuadrículado.
- Crea un sistema de referencia para que Tatiana pueda conocer los mejores lugares usando los puntos cardinales (Norte, Sur, Oriente, Occidente).
- Escribe un mensaje a Tatiana para indicar cómo realizar el recorrido.

- Da instrucciones para seguir una trayectoria que permita ir de un sitio a otro. Propone otras trayectorias posibles.

## 8. Describe e interpreta variaciones de dependencia entre cantidades y las representa por medio de gráficas.

### Evidencias de aprendizaje

- Propone patrones de comportamiento numéricos y patrones de comportamiento gráficos.
- Realiza cálculos numéricos, organiza la información en tablas, elabora representaciones gráficas y las interpreta.
- Trabaja sobre números desconocidos para dar respuestas a los problemas.

### Ejemplo



Un recipiente cilíndrico recto, se llena con una llave que vierte 4 litros de agua cada 2 minutos. El cilindro tiene capacidad de 28 litros.

Determina cuánto tiempo tarda el recipiente cilíndrico en llenarse.

Determina cuántos litros hay en el recipiente a los cinco minutos después de abrir la llave. Determina qué ocurre con el nivel del agua a los 16 minutos.

## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

- 9.** Utiliza operaciones no convencionales, encuentra propiedades y resuelve ecuaciones en donde están involucradas.

## Evidencias de aprendizaje

- Interpreta y opera con operaciones no convencionales.
- Explora y busca propiedades de tales operaciones.
- Compara las propiedades de las operaciones convencionales de suma, resta, producto y división con las propiedades de las operaciones no convencionales.
- Resuelve ecuaciones numéricas cuando se involucran operaciones no convencionales.

## Ejemplo

Representa verbales mediante expresiones numéricas: la multiplicación entre la suma de 24 más 45, y la resta de 24 menos 12. El doble de un número; el doble de un número aumentado en 5. La mitad de un número, la tercera parte de un número. Resuelve la ecuación: el doble de un número más 3 es igual a 9, encuentra el número.

- 10.** Formula preguntas que requieren comparar dos grupos de datos, para lo cual recolecta, organiza y usa tablas de frecuencia, gráficos de barras, circulares, de línea, entre otros. Analiza la información presentada y comunica los resultados.

## Evidencias de aprendizaje

- Formula preguntas y elabora encuestas para obtener los datos requeridos e identifica quiénes deben responder.
- Registra, organiza y presenta la información recolectada usando tablas, gráficos de barras, gráficos de línea, y gráficos circulares.
- Selecciona los gráficos teniendo en cuenta el tipo de datos que se va a representar.
- Interpreta la información obtenida y produce conclusiones que le permiten comparar dos grupos de datos de una misma población.
- Escribe informes sencillos en los que compara la distribución de dos grupos de datos.

## Ejemplo



La alcaldía del municipio ha programado una serie de actividades deportivas y recreativas, y ha solicitado al colegio un informe en el que se indique las tallas de los zapatos y de los uniformes de los estudiantes de cuarto y quinto de primaria. Para dar solución a la situación, elabora una encuesta, recolecta la información y redacta un informe con los resultados obtenidos en el cual incluye tablas y gráficos y analiza la información

## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

por cursos, por género y el comportamiento general de los dos grados.

### 11. Utiliza la media y la mediana para resolver problemas en los que se requiere presentar o resumir el comportamiento de un conjunto de datos.

#### Evidencias de aprendizaje

- Interpreta y encuentra la media y la mediana en un conjunto de datos usando estrategias gráficas y numéricas.
- Explica la información que brinda cada medida en relación con el conjunto de datos.
- Selecciona una de las medidas como la más representativa del comportamiento del conjunto de datos estudiado.
- Argumenta la selección realizada empleando semejanzas y diferencias entre lo que cada una de las medidas indica.

#### Ejemplo



Una campaña emprendida por el Ministerio de Salud y Protección Social para prevenir el aumento en los índices de obesidad y diabetes infantil y juvenil, sugiere que en promedio cada persona debe realizar 30 minutos diarios de una actividad física aeróbica de intensidad moderada (caminar, trotar, correr, nadar, montar en bicicleta, etc.), para evitar el sobrepeso. Se afirma que para

cumplir con la campaña, cada persona debe hacer exactamente 30 minutos de ejercicio diarios. Argumenta la validez de esta afirmación.

### 12. Predice la posibilidad de ocurrencia de un evento simple a partir de la relación entre los elementos del espacio muestral y los elementos del evento definido.

#### Evidencias de aprendizaje

- Reconoce situaciones aleatorias en contextos cotidianos.
- Enumera todos los posibles resultados de un experimento aleatorio simple.
- Identifica y enumera los resultados favorables de ocurrencia de un evento simple.
- Anticipa la ocurrencia de un evento simple.

#### Ejemplo

En un día de la recreación se realizan diferentes actividades con juegos de azar. Javier y Arturo eligen el juego de la ruleta. Las reglas acordadas son:

- Cada uno selecciona una ruleta (Ruleta 1 o Ruleta 2).
- Al mismo tiempo giran una vez cada ruleta.
- Javier gana si saca un número par.
- Arturo gana si saca un número impar.
- Si Javier saca impar y Arturo saca par, vuelven a jugar.



## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2



Reconoce que el juego de la ruleta corresponde a una situación aleatoria, identifica los eventos, asigna la probabilidad de ocurrencia y da argumentos para decidir si el juego es o no justo estadísticamente.

## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

- 1. Interpreta los números enteros y racionales (en sus representaciones de fracción y de decimal) con sus operaciones, en diferentes contextos, al resolver problemas de variación, repartos, particiones, estimaciones, etc. Reconoce y establece diferentes relaciones (de orden y equivalencia) y las utiliza para argumentar procedimientos).**

## Evidencias de aprendizaje

- Resuelve problemas en los que intervienen cantidades positivas y negativas en procesos de comparación, transformación y representación.
- Propone y justifica diferentes estrategias para resolver problemas con números enteros, racionales (en sus representaciones de fracción y de decimal) en contextos escolares y extraescolares.
- Representa en la recta numérica la posición de un número utilizando diferentes estrategias.
- Interpreta y justifica cálculos numéricos al solucionar problemas.

## Ejemplo

En una competencia de autos a tres vueltas, el tiempo (en minutos) de cada vuelta se registró en la siguiente tabla.

|          | A     | B     | C     |
|----------|-------|-------|-------|
| Vuelta 1 | 1,875 | 1,560 | 1,563 |
| Vuelta 2 | 1,844 | 1,592 | 1,532 |
| Vuelta 3 | 1,793 | 1,682 | 1,684 |

Los competidores ganan puntos de acuerdo con las siguientes reglas:

Finalizada la segunda vuelta se dan 10 puntos de bonificación en la clasificación general a quien vaya de líder y 5 puntos a quien vaya de segundo.

Al ganador de la competencia le dan 20 puntos, al segundo 10 puntos y al tercero 5 puntos.

- Escribe cómo se distribuyen los puntos al finalizar la segunda vuelta y al finalizar la carrera.
- Determine cuál de los autos se acercó más a un minuto y sesenta décimas de minuto en la primera vuelta.
- Explica por qué considera que la práctica generalizada en este tipo de carreras el tiempo por vuelta se representa con tres dígitos después de la coma y no por dos.

Calcula la diferencia de tiempo de los tres carros A, B y C en la primera vuelta con un carro D si se sabe que en esa vuelta invierte 1,4 minutos. ¿Cuáles serían estas diferencias si por un percance mecánico demora 1,09 minutos?

- 2. Utiliza las propiedades de los números enteros y racionales y las propiedades de sus operaciones para proponer estrategias y procedimientos de cálculo en la solución de problemas.**

## Evidencias de aprendizaje

- Propone y utiliza diferentes procedimientos para realizar operaciones con números enteros y racionales.
- Argumenta de diversas maneras la necesidad de establecer relaciones y características en conjuntos de números (ser par, ser impar, ser primo, ser el doble de, el triple de, la mitad de, etc).

## Ejemplo

Un obrero tiene que controlar la cantidad de vapor que hay en la caldera a través de un dispositivo conectado a ella, así como muestra la figura. Por este dispositivo entra vapor que se encarga de mover el corcho. El corcho sube cuando aumenta la cantidad de vapor en la caldera y baja cuando disminuye. Cuando el

## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

nivel del vapor en la caldera es el normal el corcho marca exactamente el punto cero.



- ❑ Para indicar la ubicación del corcho se utilizan números acompañados del signo más (+) o del signo menos (-). Si el corcho está por encima del punto cero su ubicación se representa con un número acompañado del signo más. Si el corcho está por debajo de cero la ubicación del corcho se representa con un número acompañado del signo menos.
- ❑ Los desplazamientos del corcho hacia arriba se representan por números acompañados del signo "+" Los desplazamientos hacia abajo se representan por números acompañados del signo "-".

Calcula el desplazamiento del corcho si inicialmente está en la raya -23 y después aparece en la raya marcada con -45. Identifica cuál de las dos expresiones,  $(-80) + 8(-15)$  y  $(-80) - 8(-15)$ , permite calcular la raya final a la que llega el corcho si inicialmente está en la raya marcada con -80 y a partir de este punto hace 8 desplazamientos uno tras otro hacia abajo. Cada desplazamiento tiene una magnitud de 15 rayas. Da razones de su elección<sup>1</sup>.

<sup>1</sup>Adaptación de una tarea tomada de Pruebas Comprender de Matemática. Grado Noveno (2005) Secretaría de Educación de Bogotá D.C.

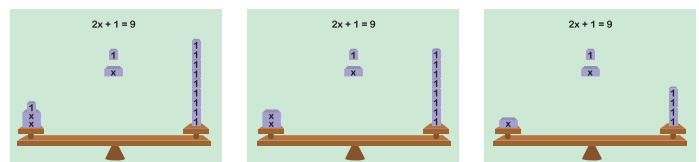
### 3. Reconoce y establece diferentes relaciones (orden y equivalencia) entre elementos de diversos dominios numéricos y los utiliza para argumentar procedimientos sencillos.

#### Evidencias de aprendizaje

- Determina criterios de comparación para establecer relaciones de orden entre dos o más números.
- Representa en la recta numérica la posición de un número utilizando diferentes estrategias.
- Describe procedimientos para resolver ecuaciones lineales.

#### Ejemplo

En la figura se muestra una secuencia de imágenes que ilustran formas de encontrar el valor de  $x$ .



Describe diferentes procedimientos o acciones que le permitan conocer el valor de  $x$  y pone a prueba esos procedimientos.

### 4. Utiliza y explica diferentes estrategias (desarrollo de la forma o plantillas) e instrumentos (regla, compás o software) para la construcción de figuras planas y cuerpos.

#### Evidencias de aprendizaje

- Construye plantillas para cuerpos geométricos dadas sus medidas.
- Selecciona las plantillas que genera cada cuerpo a partir del análisis de su forma, sus caras y sus vértices.

## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

- Utiliza la regla no graduada y el compás para dibujar las plantillas de cuerpos geométricos cuando se tienen sus medidas.

### Ejemplo

Se quieren forrar con papel de colores unos cuerpos geométricos como los que se muestran en la imagen.



Selecciona de los moldes que se muestran en la figura los que se podrían utilizar para construir, con regla y compás, los forros respectivos y determina cómo calcular la cantidad de papel que se requiere para elaborar cada forro, si se conocen las medidas de las aristas de cada cuerpo.

Aunque estos tres cuerpos tuvieran igual medida en sus aristas, el volumen de los tres sería diferente. Encuentra el de mayor volumen y explica la respuesta.

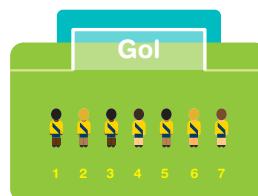
- 5.** Propone y desarrolla estrategias de estimación, medición y cálculo de diferentes cantidades (ángulos, longitudes, áreas, volúmenes, etc.) para resolver problemas.

### Evidencias de aprendizaje

- Decide acerca de las estrategias para determinar qué tan pertinente es la estimación y analiza las causas de error en procesos de medición y estimación.
- Estima el resultado de una medición sin realizarla, de acuerdo con un referente previo y aplica el proceso de estimación elegido y valora el resultado de acuerdo con los datos y contexto de un problema.
- Estima la medida de longitudes, áreas, volúmenes, masas, pesos y ángulos en presencia o no de los objetos y decide sobre la conveniencia de los instrumentos a utilizar, según las necesidades de la situación.

### Ejemplo

Se presentan dos imágenes, una con un jugador frente al arco y la otra con 7 jugadores frente al arco para practicar sus lanzamientos. Estima la medida de los ángulos que forma cada jugador con respecto a los dos palos del arco y argumenta en qué posición existe mayor posibilidad de gol. Utiliza el transportador para medir los ángulos y compara esas medidas con las de la estimación, explica las estrategias utilizadas en ambos casos.



## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

## 6. Representa y construye formas bidimensionales y tridimensionales con el apoyo en instrumentos de medida apropiados.

### Evidencias de aprendizaje

- Diferencia las propiedades geométricas de las figuras y cuerpos geométricos.
- Identifica los elementos que componen las figuras y cuerpos geométricos.
- Describe las congruencias y semejanzas en figuras bidimensionales y tridimensionales.
- Estima áreas y volúmenes de figuras y cuerpos geométricos.
- Construye cuerpos geométricos con el apoyo de instrumentos de medida adecuados.

### Ejemplo

Los productos de la industria son envasados en diferentes materiales: cartón, vidrio, plástico, metal y diferentes formas. A partir de las condiciones reales identifica las formas volumétricas que los constituyen, construye representaciones semejantes para configurar sus desarrollos geométricos y estima la cantidad de material necesario para su fabricación. Compara la información sobre volumen y peso que aparece en algunos empaques y establece relaciones entre ellas.



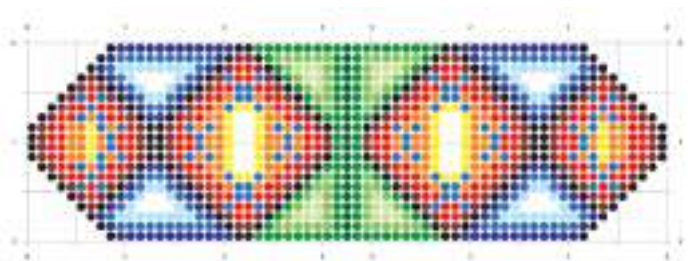
## 7. Reconoce el plano cartesiano como un sistema bidimensional que permite ubicar puntos como sistema de referencia gráfico o geográfico.

### Evidencias de aprendizaje

- Localiza, describe y representa la posición y la trayectoria de un objeto en un plano cartesiano.
- Identifica e interpreta la semejanza de dos figuras al realizar rotaciones, ampliaciones y reducciones de formas bidimensionales en el plano cartesiano.

### Ejemplo

Elabora diseños de bisutería artesanal para crear diferentes pulseras con diversos materiales. Utiliza el plano cartesiano para identificar patrones y los expresa como parejas ordenadas y modifica estos patrones para producir nuevos modelos.



Tomado de: [https://www.youtube.com/watch?v=lqVR8\\_Tmjc](https://www.youtube.com/watch?v=lqVR8_Tmjc).



## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

- 8** Identifica y analiza propiedades de covariación directa e inversa entre variables, en contextos numéricos, geométricos y cotidianos y las representa mediante gráficas (cartesianas de puntos, continuas, formadas por segmentos, etc.).

## Evidencias de aprendizaje

- Propone patrones de comportamiento numéricos y expresa verbalmente o por escrito los procedimientos matemáticos.
- Realiza cálculos numéricos, organiza la información en tablas, elabora representaciones gráficas y las interpreta.
- Trabaja sobre números desconocidos y con esos números para dar respuestas a los problemas.

Ejemplo<sup>[1]</sup>

Yadira se mudará a otro apartamento y pide cotizaciones a tres empresas de transporte. Cada empresa da sus condiciones:



| Empresa A                                                             | Empresa B                                                             | Empresa C                                                           |
|-----------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|
| Hasta 300 kilos para transportar: tarifa 300.000 pesos.               | Hasta 200 kilos para transportar: tarifa de 250.000.                  | Hasta 400 kilos para transportar: tarifa 400.000 pesos.             |
| Más de 300 kilos: 300.000 pesos más 2.000 pesos por cada kilo de más. | Más de 200 kilos: 250.000 pesos más 1.000 pesos por cada kilo de más. | Más de 400 kilos: 600.000 pesos más 500 pesos por cada kilo de más. |

Representa en el plano cartesiano el costo total de transporte en pesos, en términos del peso transportado. Averigua en cuál de las empresas la razón entre peso transportado y costo es la mayor. Representa gráficamente las ofertas de las tres empresas en un diagrama cartesiano. Decide cuál es la empresa que le conviene contratar a Yadira, si tiene 400 kilogramos para transportar, o si el peso es de 700 kilogramos.

<sup>[1]</sup> Adaptado de matemáticas de la Vida Real (2011). G. Barozzi; M. Bergamini; D. Boni; R. Ceriani; L. Pagani. Editorial Octaedro.



## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

## 9. Opera sobre números desconocidos y encuentra las operaciones apropiadas al contexto para resolver problemas.

### Evidencias de aprendizaje

- Utiliza las operaciones y sus inversas en problemas de cálculo numérico.
- Realiza cálculos numéricos, organiza la información en tablas, elabora representaciones gráficas y las interpreta.
- Realiza combinaciones de operaciones, encuentra propiedades y resuelve ecuaciones en donde están involucradas.

### Ejemplo



Una compañía de pintura contrata empleados por días. La compañía determina que el monto que se paga por hora trabajada es de \$8.000, en jornada normal (8 horas diarias), pero si se hacen horas extras, se paga la hora a \$9.000 (máximo 4 diarias).

Describe verbal, numérica, gráfica o simbólicamente, el monto que se ha de pagar diariamente y en varios días según la cantidad de horas extras.

Calcula el monto de contribución a Seguridad Social en función del dinero ganado. La regla de la Oficina de Seguridad Social dice: Si se trabaja 8 horas diarias, se ha de pagar \$1.000 fijos, más un 5% para salud, pensiones y cesantías. Pero si se trabajan más de 8 horas, se ha de pagar \$1.000, más un 4% para salud, pensiones y cesantías.

Representa esos resultados en una tabla y una gráfica cartesiana, utiliza esta información para determinar el número de horas trabajadas por una persona que ganó en un día \$99.000. Si una persona debe pagar \$5.320 de aportes a la Seguridad Social, determina, cantidad de horas que trabajó y si trabajó horas extras.

## 10. Interpreta información estadística presentada en diversas fuentes de información, la analiza y la usa para plantear y resolver preguntas que sean de su interés.

### Evidencias de aprendizaje

- Lee y extrae la información estadística publicada en diversas fuentes.
- Plantea una pregunta que le facilite recolectar información que le permita contrastar la información estadística publicada.
- Organiza la información recolectada en tablas y la representa mediante gráficas adecuadas.
- Calcula las medidas requeridas de acuerdo a los datos recolectados y usa, cuando sea posible, calculadoras o software adecuado.
- Escribe un informe en el que analiza la información presentada en el medio de comunicación y la contrasta con la obtenida en su estudio.

### Ejemplo



## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

A finales del 2012 en su informe trimestral el Ministerio de Tecnologías de la Información y las comunicaciones, MINTIC, publicó la siguiente información:

“En cuanto a la telefonía móvil, sector que tuvo un crecimiento de 1,13%, en Colombia hay más de 48 millones de abonados, lo que quiere decir que en el país hay 104,5 líneas por cada 100 habitantes. De estos 18,86% se encuentra en la modalidad de postpago, y 81,14% es prepago” (Tomado de [http://colombiatic.mintic.gov.co/602/articles-15179\\_archivo\\_pdf.pdf](http://colombiatic.mintic.gov.co/602/articles-15179_archivo_pdf.pdf)).

Responde preguntas como ¿el comportamiento del uso de la telefonía móvil en el salón es similar a lo afirmado en la noticia? Si se presentan diferencias con los datos de la noticia, ¿cuáles son las posibles razones para que esto suceda?

**11. Compara características compartidas por dos o más poblaciones o características diferentes dentro de una misma población para lo cual seleccionan muestras, utiliza representaciones gráficas adecuadas y analiza los resultados obtenidos usando conjuntamente las medidas de tendencia central y el rango.**

## Evidencias de aprendizaje

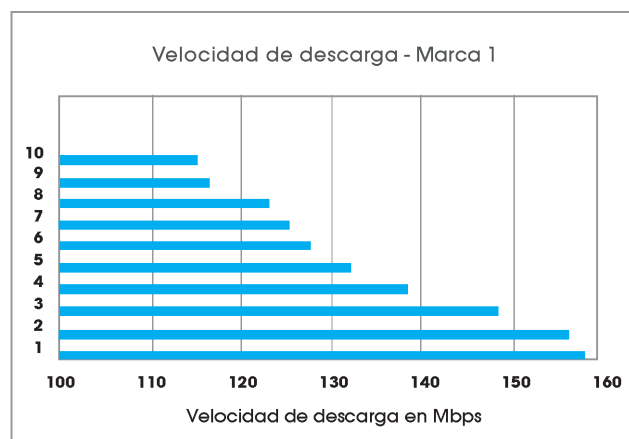
- Comprende la diferencia entre la muestra y la población.
- Selecciona y produce representaciones gráficas apropiadas al conjunto de datos, usando, cuando sea posible, calculadoras o software adecuado.
- Interpreta la información que se presenta en los gráficos usando las medidas de tendencia central y el rango.

- Compara las características de dos o más poblaciones o de dos o más grupos, haciendo uso conjunto de las respectivas medidas de tendencia central y el rango.
- Describe el comportamiento de las características de dos o más poblaciones o de dos o más grupos de una población, a partir de las respectivas medidas de tendencia central y el rango.

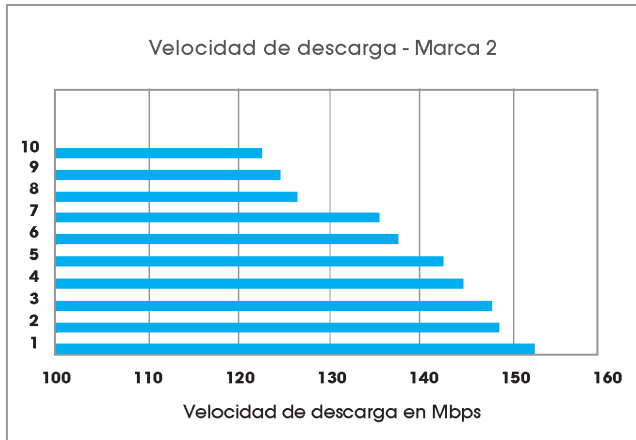
## Ejemplo

En un estudio reciente sobre la velocidad de descarga de fotos y videos en celulares, se sometieron a prueba dos marcas, durante una hora se usaron 10 celulares diferentes de cada marca. Si se desea comprar un celular con una buena velocidad de descarga, ¿cuál de las dos marcas seleccionaría?

Interpreta la información representada en los gráficos, y utiliza las medidas adecuadas para realizar la comparación que le permita tomar una buena decisión y así justificar las ventajas de una marca sobre la otra.



## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2



**12.** A partir de la información previamente obtenida en repeticiones de experimentos aleatorios sencillos, compara las frecuencias esperadas con las frecuencias observadas.

## Evidencias de aprendizaje

- Enumera los posibles resultados de un experimento aleatorio sencillo.
- Realiza repeticiones del experimento aleatorio sencillo y registra los resultados en tablas y gráficos de frecuencia.
- Interpreta y asigna la probabilidad de ocurrencia de un evento dado, teniendo en cuenta el número de veces que ocurre el evento en relación con el número total de veces que realiza el experimento.
- Compara los resultados obtenidos experimentalmente con las predicciones anticipadas.

## Ejemplo



En un el juego con dados, uno en forma de cubo (6 caras) y otro en forma de tetraedro (4 caras) participan dos jugadores. Cada uno selecciona un dado, lo lanza al aire y gana quien obtenga más veces el número 1, después de hacer 100 lanzamientos. Leidy dice que ella juega si selecciona el dado en forma de tetraedro. Justifica la selección de uno de los dados, anticipa la posibilidad de ocurrencia del evento que salga el 1, realiza el experimento, registra los resultados y compara y razona sobre las diferencias entre lo esperado y lo observado. Verifica la validez de la afirmación de Leidy.

## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

- 1. Comprende y resuelve problemas, que involucran los números racionales con las operaciones (suma, resta, multiplicación, división, potenciación, radicación) en contextos escolares y extraescolares.**

### Evidencias de aprendizaje

- Describe situaciones en las que los números enteros y racionales con sus operaciones están presentes.
- Utiliza los signos “positivo” y “negativo” para describir cantidades relativas con números enteros y racionales.
- Resuelve problemas en los que se involucran variaciones porcentuales.

### Ejemplo

El salario mínimo en Colombia se incrementa anualmente bien sea por común acuerdo entre centrales obreras y el gobierno, o por decreto presidencial. Consulta los incrementos en los salarios mínimos en los últimos 10 años en Colombia.

Consulta también el costo de vida en el mismo período de tiempo. Elabora una tabla y una representación gráfica en la que se compare el poder adquisitivo de un empleado en los 10 años. ¿Cómo ha variado el poder adquisitivo de un empleado que ha devengado el salario mínimo desde hace 10 años?

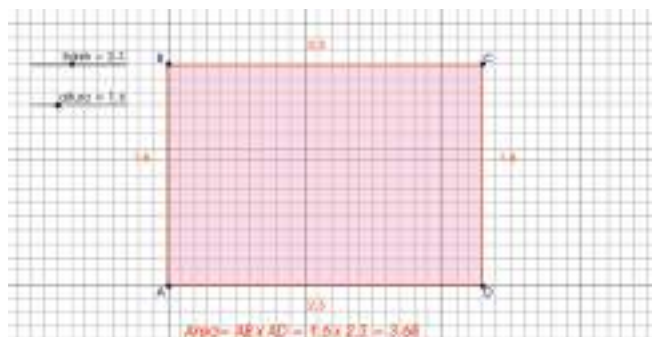
- 2. Describe y utiliza diferentes algoritmos, convencionales y no convencionales, al realizar operaciones entre números racionales en sus diferentes representaciones (fracciones y decimales) y los emplea con sentido en la solución de problemas.**

### Evidencias de aprendizaje

- Representa los números enteros y racionales en una recta numérica.
- Estima el valor de una raíz cuadrada y de una potencia.
- Construye representaciones geométricas y pictóricas para ilustrar relaciones entre cantidades.
- Calcula e interpreta el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo entre números enteros.
- Describe procedimientos para calcular el resultado de una operación (suma, resta, multiplicación y división) entre números enteros y racionales.

### Ejemplo

Calcula el área de un rectángulo que se construye en un software de geometría dinámica o en papel milimetrado. Los lados del rectángulo podrán variar en algún dominio específico, por ejemplo de 0 a 5, tomando todos los números en el intervalo hasta con un dígito decimal. A medida que cambian los lados, el software debe proporcionar el área del rectángulo conforme se muestra en la siguiente secuencia de imágenes.



## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2



Las imágenes están construidas recreando una cuadrícula de papel milimetrado en la cual se resaltan las divisiones en unidades y en décimas. A partir de estos datos determina la relación entre el área de un cuadradito pequeño (de 0,1 de lado) y el área de un cuadrado unidad (de 1 de lado).

- ❑ Representa los resultados como fracción y como decimal.
- ❑ Escribe los valores de las áreas de estos rectángulos de dos formas, una tomando como unidad el área de un cuadrado cuyo lado mide 1 y la otra el área de un cuadrado cuyo lado mide 0,1. En la segunda escribe los valores usando fracciones y representaciones decimales.
- ❑ En la primera forma escribe el valor en términos de la unidad de medida pequeña.
- ❑ Compara los valores obtenidos por las dos formas y ofrece argumentos variados para justificar las equivalencias.

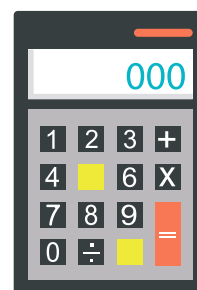
### 3. Utiliza diferentes relaciones, operaciones y representaciones en los números racionales para argumentar y solucionar problemas en los que aparecen cantidades desconocidas.

#### Evidencias de aprendizaje

- Realiza operaciones para calcular el número decimal que representa una fracción y viceversa.
- Usa las propiedades distributiva, asociativa, modulativa, del inverso y conmutativa de la suma y la multiplicación en los racionales para proponer diferentes caminos al realizar un cálculo.
- Determina el valor desconocido de una cantidad a partir de las transformaciones de una expresión algebraica.

#### Ejemplo

Encuentra el valor numérico de una operación, por ejemplo:  $0,457 + 2,56 - 3,4$  por medio de una calculadora que tiene las teclas cinco (5) y punto decimal (.) averiadas como se muestra en la figura y describe el procedimiento utilizado.



Describe al menos dos maneras de hacer la operación indicada y discute sobre la validez de los procedimientos.



## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

#### 4. Utiliza escalas apropiadas para representar e interpretar planos, mapas y maquetas con diferentes unidades.

##### Evidencias de aprendizaje

- Identifica los tipos de escalas y selecciona la adecuada para la elaboración de planos de acuerdo al formato o espacio disponible para dibujar.
- Expresa la misma medida con diferentes unidades según el contexto.
- Representa e interpreta situaciones de ampliación y reducción en contextos diversos.

##### Ejemplo

La Institución Rural “La Esperanza” tiene 11 aulas distribuidas en un terreno de  $15,18 \text{ Dm}^2$  (decámetros cuadrados), el terreno tiene forma aproximadamente rectangular. La institución va a ser reconstruido debido a que se desea que además de las 11 aulas de  $36 \text{ m}^2$  cada una, también se aproveche el terreno sin construir para que cuente con un restaurante de  $72 \text{ m}^2$ , un salón de música de  $45 \text{ m}^2$ , un salón de artes integradas de  $48 \text{ m}^2$ , un auditorio de  $2 \text{ Dm}^2$ , una biblioteca de  $42 \text{ m}^2$ , una cancha de  $480 \text{ m}^2$ , y que se conserven algunas zonas verdes. Los estudiantes tendrán que recibir sus clases por algún tiempo en la sede de acción comunal en diferentes horarios.

Elabora un plano de la nueva institución a escala, en una hoja tamaño oficio, determina si 1:100 es una escala adecuada, en caso de que no lo sea, explica por qué y encuentra la escala adecuada.

#### 5. Observa objetos tridimensionales desde diferentes puntos de vista, los representa según su ubicación y los reconoce cuando se transforman mediante rotaciones, traslaciones y reflexiones.

##### Evidencias de aprendizaje

- Establece relaciones entre la posición y las vistas de un objeto.
- Reconoce e interpreta la representación de un objeto.
- Representa objetos tridimensionales cuando se transforman.

##### Ejemplo

Un observador visualizó el envase que se muestra en la imagen desde diferentes puntos de vista: vista frontal, vista superior y vista inferior como lo muestra la figura. Según se observa cambian las configuraciones de la forma del objeto. Describe cómo cambia la visualización del envase en cada una de las vistas.



Observa un objeto desde diferentes puntos de vista. Representa gráficamente el objeto si se visualiza por el frente (vista frontal), por encima (vista superior) y por debajo (vista inferior). Toma las fotos respectivas a cada vista del objeto y compara las imágenes con las representaciones gráficas realizadas.



## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

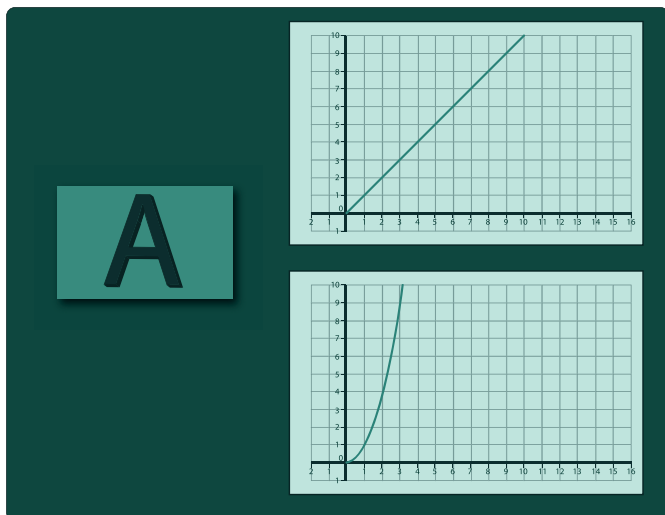
## 6. Representa en el plano cartesiano la variación de magnitudes (áreas y perímetro) y con base en la variación explica el comportamiento de situaciones y fenómenos de la vida diaria.

### Evidencias de aprendizaje

- Interpreta las modificaciones entre el perímetro y el área con un factor de variación respectivo.
- Establece diferencias entre los gráficos del perímetro y del área.
- Coordina los cambios de la variación entre el perímetro y la longitud de los lados o el área de una figura.
- Organiza la información (registros tabulares y gráficos) para comprender la relación entre el perímetro y el área.

### Ejemplo

Manipula las longitudes de un par de lados paralelos de un rectángulo, con el uso de un software de geometría dinámica. Establece el factor de escala para relacionar las longitudes de los lados, los perímetros y las áreas de los dos rectángulos. Determina qué indica el registro gráfico en correspondencia con la longitud de los lados y con las áreas de los rectángulos.



En caso de no tener el apoyo del software dinámico realiza la actividad organizando los datos en una tabla para identificar la relación entre la escala, el perímetro y el área.

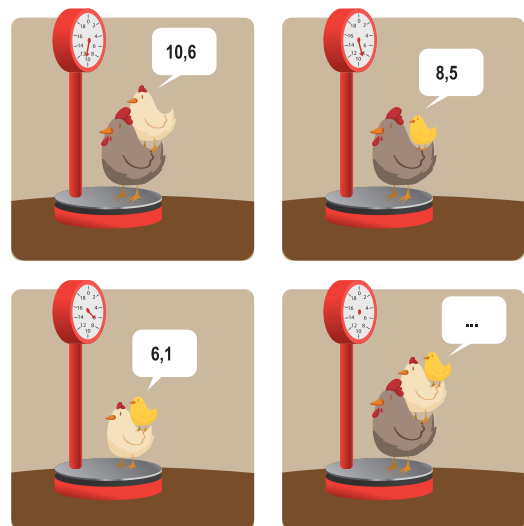
## 7. Plantea y resuelve ecuaciones, las describe verbalmente y representa situaciones de variación de manera numérica, simbólica o gráfica.

### Evidencias de aprendizaje

- Plantea modelos algebraicos, gráficos o numéricos en los que identifica variables y rangos de variación de las variables.
- Toma decisiones informadas en exploraciones numéricas, algebraicas o gráficas de los modelos matemáticos usados.
- Utiliza métodos informales exploratorios para resolver ecuaciones.

### Ejemplo

Con base en la información gráfica encuentra el peso de cada una de las gallinas (Los pesos están expresados en libras).



## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

- 8. Plantea preguntas para realizar estudios estadísticos en los que representa información mediante histogramas, polígonos de frecuencia, gráficos de línea entre otros; identifica variaciones, relaciones o tendencias para dar respuesta a las preguntas planteadas.**

## Evidencias de aprendizaje

- Plantea preguntas, diseña y realiza un plan para recolectar la información pertinente.
- Construye tablas de frecuencia y gráficos (histogramas, polígonos de frecuencia, gráficos de línea, entre otros), para datos agrupados usando, calculadoras o software adecuado.
- Encuentra e interpreta las medidas de tendencia central y el rango en datos agrupados, empleando herramientas tecnológicas cuando sea posible.
- Analiza la información presentada identificando variaciones, relaciones o tendencias y elabora conclusiones que permiten responder la pregunta planteada.

## Ejemplo

Un piscicultor tiene tres estanques en los que cultivan truchas, él quiere estimar el peso aproximado de las truchas en cada estanque para saber cómo va el crecimiento. Saca al azar de cada uno de los 3 estanques 50 truchas y las pesa. La información se presenta en las siguientes tablas:

| ESTANQUE 1               |            | ESTANQUE 2               |            | ESTANQUE 3               |            |
|--------------------------|------------|--------------------------|------------|--------------------------|------------|
| PESO DE LAS TRUCHAS (gr) | FRECUENCIA | PESO DE LAS TRUCHAS (gr) | FRECUENCIA | PESO DE LAS TRUCHAS (gr) | FRECUENCIA |
| 451-470                  | 8          | 451-470                  | 7          | 451-470                  | 4          |
| 471-490                  | 18         | 471-490                  | 12         | 471-490                  | 5          |
| 491-510                  | 12         | 491-510                  | 18         | 491-510                  | 8          |
| 511-530                  | 9          | 511-530                  | 8          | 511-530                  | 18         |
| 531-550                  | 3          | 531-550                  | 5          | 531-550                  | 15         |
| TOTAL                    | 50         | TOTAL                    | 50         | TOTAL                    | 50         |

Encuentra el peso aproximado de las truchas en cada estanque y compara el comportamiento para concluir sobre el estado de crecimiento de las truchas en cada estanque.

- 9. Usa el principio multiplicativo en situaciones aleatorias sencillas y lo representa con tablas o diagramas de árbol. Asigna probabilidades a eventos compuestos y los interpreta a partir de propiedades básicas de la probabilidad.**

## Evidencias de aprendizaje

- Elabora tablas o diagramas de árbol para representar las distintas maneras en que un experimento aleatorio puede suceder.
- Usa el principio multiplicativo para calcular el número de resultados posibles.
- Interpreta el número de resultados considerando que cuando se cambia de orden no se altera el resultado.

## Ejemplo



## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

En la cafetería del colegio se anuncia:

"Aproveche, diferentes formas de seleccionar su almuerzo". Ofrecen las siguientes opciones:  
Sopa o fruta.

Pollo, carne o ensalada.

Arroz, papa o plátano.

Elabora un diagrama de árbol para representar las posibles elecciones de menú. Cuenta o multiplica para encontrar todas las posibles combinaciones disponibles y argumenta sobre la veracidad de la información del anuncio.

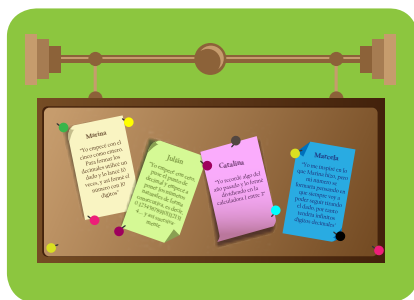
## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

### 1. Reconoce la existencia de los números irracionales como números no racionales y los describe de acuerdo con sus características y propiedades.

#### Evidencias de aprendizaje

- Utiliza procedimientos geométricos para representar números racionales e irracionales.
- Identifica las diferentes representaciones (decimales y no decimales) para argumentar por qué un número es o no racional.

#### Ejemplo



En clase de matemáticas la profesora pidió a los estudiantes que construyeran números en su representación decimal. Algunos estudiantes hicieron lo siguiente:

**Marina** dijo: "Yo empecé con el cinco como entero. Para formar los decimales utilicé un dado y lo lancé 10 veces, y así formé el número con 10 dígitos después del punto"

**Julían** dijo: "Yo empecé con cero, puse el punto de decimal y empecé a poner los números naturales de forma consecutiva, es decir, 0.1234567891011121314... y así sucesivamente"

**Catalina** dijo: "Yo recordé algo del año pasado y lo formé dividiendo en la calculadora 1 entre 3"

**Marcela** dijo: "Yo me inspiré en lo que Marina hizo, pero mi número se formaría pensando en que siempre voy a poder seguir tirando el dado, por tanto tendría infinitos dígitos decimales"

Analiza la manera en que Marina, Julián, Catalina y Marcela construyeron sus números y argumenta cuáles de ellos serían racionales y cuáles no. Propone otras maneras de construir números y argumenta cuáles de ellos serían racionales y cuáles no.

### 2. Construye representaciones, argumentos y ejemplos de propiedades de los números racionales y no racionales.

#### Evidencias de aprendizaje

- Utiliza procedimientos geométricos o aritméticos para construir algunos números irracionales y los ubica en la recta numérica.
- Justificar procedimientos con los cuales se representa geoméricamente números racionales y números reales.
- Construye varias representaciones (geométrica, decimales o no decimales) de un mismo número racional o irracional.

#### Ejemplo

Si en la siguiente representación, el triángulo y el cuadrado representan números cualesquiera:

$$\sqrt{\triangle + \square} = \sqrt{\triangle} + \sqrt{\square}$$

Asigna valores en las casillas  $\triangle$  y  $\square$  y utiliza la calculadora para establecer la existencia de números que hagan verdadera la igualdad. Argumenta este hecho y escribe una consecuencia que pueda inferirse a partir de esta exploración. Construye otras representaciones con productos, cocientes y potencias y analiza lo que sucede en cada caso.

## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

- 3.** Reconoce los diferentes usos y significados de las operaciones (convencionales y no convencionales) y del signo igual (relación de equivalencia e igualdad condicionada) y los utiliza para argumentar equivalencias entre expresiones algebraicas y resolver sistemas de ecuaciones.

## Evidencias de aprendizaje

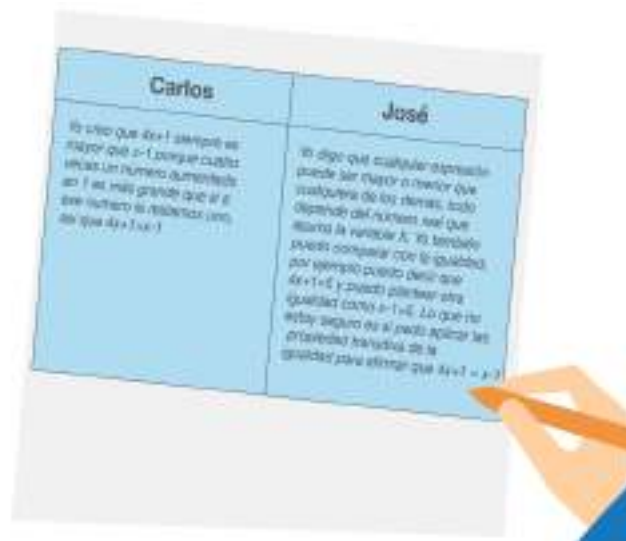
- Reconoce el uso del signo igual como relación de equivalencia de expresiones algebraicas en los números reales.
- Propone y ejecuta procedimientos para resolver una ecuación lineal y sistemas de ecuaciones lineales y argumenta la validez o no de un procedimiento
- Usa el conjunto solución de una relación (de equivalencia y de orden) para argumentar la validez o no de un procedimiento.

## Ejemplo

En clase de matemáticas el profesor pidió a los estudiantes analizar tres expresiones y hablar acerca de sus posibles relaciones. Las tres expresiones fueron:

- ☐  $x - 1$
- ☐  $4x + 1$
- ☐  $5$

Al respecto Carlos y José escribieron:



Analiza los escritos de Carlos y José y presenta argumentos que confirmen o refuten lo que ellos han hecho. Determina si José tiene razón al dudar si aplica o no la propiedad transitiva. ¿De qué depende que la pueda aplicar o no?

- 4.** Describe atributos medibles de diferentes sólidos y explica relaciones entre ellos por medio del lenguaje algebraico.

## Evidencias de aprendizaje

- Utiliza lenguaje algebraico para representar el volumen de un prisma en términos de sus aristas.
- Realiza la representación gráfica del desarrollo plano de un prisma.
- Estima, calcula y compara volúmenes a partir de las relaciones entre las aristas de un prisma o de otros sólidos.
- Interpreta las expresiones algebraicas que representan el volumen y el área cuando sus dimensiones varían.

## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

### Ejemplo

En la figura se presentan cinco cajas y en la tabla se especifican las dimensiones de cada una de ellas. Completa e interpreta la tabla a partir de las dimensiones de cada caja.



Encuentra las razones aritméticas entre los diferentes volúmenes de las cajas y la expresión general para el volumen y el área exterior total de cada una de ellas.

### 5. Utiliza y explica diferentes estrategias para encontrar el volumen de objetos regulares e irregulares en la solución de problemas en las matemáticas y en otras ciencias.

#### Evidencias de aprendizaje

- Estima medidas de volumen con unidades estandarizadas y no estandarizadas.
- Utiliza la relación de las unidades de capacidad con las unidades de volumen (litros,  $\text{dm}^3$ , etc) en la solución de un problema.

- Identifica la posibilidad del error en la medición del volumen haciendo aproximaciones pertinentes al respecto.
- Explora y crea estrategias para calcular el volumen de cuerpos regulares e irregulares.

### Ejemplo

En un recipiente cilíndrico totalmente lleno de agua, se sumerge por completo un objeto de forma irregular, el agua desalojada se recoge en un recipiente que se ha colocado previamente como lo muestra la figura.



Compara el volumen calculado con el volumen de la cantidad de agua derramada. Describe los procedimientos utilizados y explica los resultados y sus respectivos procedimientos. Asocia la forma del objeto irregular formada por una composición de figuras regulares, utiliza estas figuras para calcular el volumen del objeto irregular con una aproximación razonable.



## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

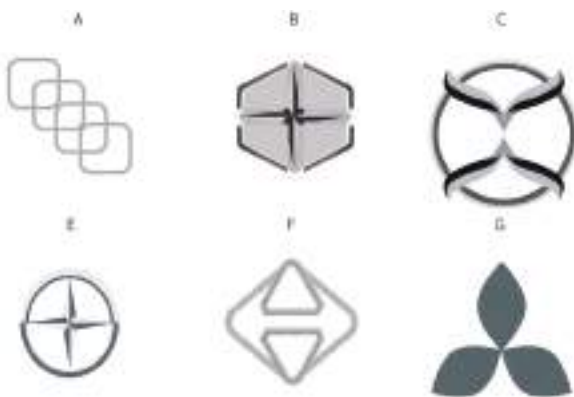
## 6. Identifica relaciones de congruencia y semejanza entre las formas geométricas que configuran el diseño de un objeto.

### Evidencias de aprendizaje

- Utiliza criterios para argumentar la congruencia de dos triángulos.
- Discrimina casos de semejanza de triángulos en situaciones diversas.
- Resuelve problemas que implican aplicación de los criterios de semejanza.
- Compara figuras y argumenta la posibilidad de ser congruente o semejantes entre sí.

### Ejemplo

Las grandes empresas invierten en el diseño de la imagen corporativa que los representa. Por ejemplo, en sus logotipos o iconos que los diferencian en el mercado. Las empresas buscan que los símbolos además de sencillos sean inconfundibles, para que las personas siempre los distingan entre las demás marcas. En muchos de los logotipos de las grandes marcas priman las regularidades geométricas como se muestra a continuación:



Identifica las figuras congruentes que hay en cada uno de los logotipos. Argumenta las congruencias encontradas en cada logotipo.

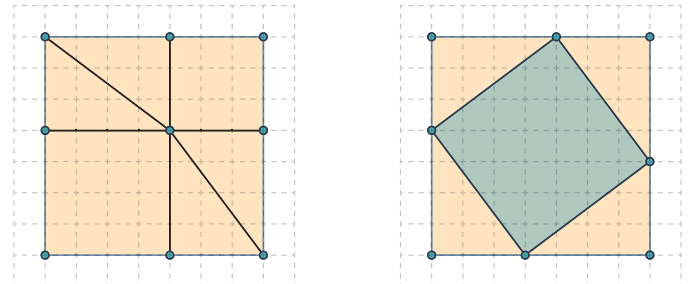
## 7. Identifica regularidades y argumenta propiedades de figuras geométricas a partir de teoremas y las aplica en situaciones reales.

### Evidencias de aprendizaje

- Describe teoremas y argumenta su validez a través de diferentes recursos (Software, tangram, papel, entre otros).
- Argumenta la relación pitagórica por medio de construcción al utilizar material concreto.
- Reconoce relaciones geométricas al utilizar el teorema de Pitágoras y Thales, entre otros.
- Aplica el teorema de Pitágoras para calcular la medida de cualquier lado de un triángulo rectángulo.
- Resuelve problemas utilizando teoremas básicos.

### Ejemplo

A partir de los rompecabezas que se muestran en la imagen, explica regularidades y propiedades que se presentan al variar los elementos de la construcción geométrica del teorema de Pitágoras hasta llegar a su generalización por medio de diferentes expresiones (numéricas, geométricas y algebraicas). Con el apoyo de Software verifica la generalidad del teorema de Pitágoras con triángulos, cuadrados y formas de diferentes tamaños.



## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

- 8.** Identifica y analiza relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de expresiones algebraicas y relaciona la variación y covariación con los comportamientos gráficos, numéricos y características de las expresiones algebraicas en situaciones de modelación.

### Evidencias de aprendizaje

- Opera con formas simbólicas y las interpreta.
- Relaciona un cambio en la variable independiente con el cambio correspondiente en la variable dependiente.
- Encuentra valores desconocidos en ecuaciones algebraicas.
- Reconoce y representa relaciones numéricas mediante expresiones algebraicas y encuentra el conjunto de variación de una variable en función del contexto.

### Ejemplo

Escribe una expresión que relacione el cambio que ocurre en el valor del volumen del cono circular recto cuando el radio cambia de  $r$  a  $r + \Delta r$  ( $\Delta r$  representa un incremento en el valor de  $r$ ) y la altura permanece constante. Calcula el cambio en el volumen para algunos incrementos del radio. Representa por medio de una gráfica la relación entre volumen cuando la altura del cono y el radio de su base son iguales y la utiliza para averiguar el valor del radio para que el volumen sea igual a  $20 \text{ u}^3$  ( $u$  es la unidad de medida). Encuentra los valores enteros del volumen a partir de los valores del radio.

- 9.** Propone, compara y usa procedimientos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas en diversas situaciones o contextos.

### Evidencias de aprendizaje

- Opera con formas simbólicas que representan números y encuentra valores desconocidos en ecuaciones numéricas.
- Reconoce patrones numéricos y los describe verbalmente.
- Representa relaciones numéricas mediante expresiones algebraicas y opera con y sobre variables.
- Describe diferentes usos del signo igual (equivalencia, igualdad condicionada) en las expresiones algebraicas.
- Utiliza las propiedades de los conjuntos numéricos para resolver ecuaciones.

### Ejemplo

Encuentra valores para  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $e$ , etc., que satisfagan las ecuaciones propuestas y argumenta cómo cambian las respuestas obtenidas si se cambia el valor de  $a$  por 6 o por 8.

$$\begin{aligned}
 a &= 4 \\
 a + 2b &= 10 \\
 a + 2b + 3c &= 28 \\
 a + 2b + 3c + 4d &= 68 \\
 a + 2b + 3c + 4d + 5e &= 93 \\
 a + 2b + 3c + 4d + 5e + 6f &= 123 \\
 a + 2b + 3c + 4d + 5e + 6f + 7g &= 200
 \end{aligned}$$

Describe los procedimientos para obtener valores numéricos que satisfagan las ecuaciones segunda y tercera, si se desconoce el valor de  $a$ .

## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

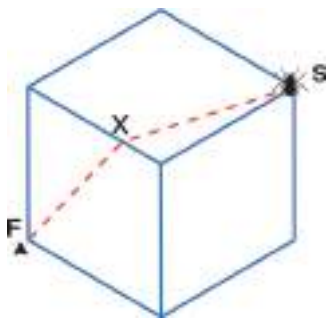
**10.** Propone relaciones o modelos funcionales entre variables e identifica y analiza propiedades de covariación entre variables, en contextos numéricos, geométricos y cotidianos y las representa mediante gráficas (cartesianas de puntos, continuas, formadas por segmentos, etc.).

## Evidencias de aprendizaje

- Toma decisiones informadas en exploraciones numéricas, algebraicas o gráficas de los modelos matemáticos usados.
- Relaciona características algebraicas de las funciones, sus gráficas y procesos de aproximación sucesiva.

## Ejemplo

Una araña ubicada en una esquina quiere cazar a una mosca que está ubicada en la esquina inferior izquierda de una caja cúbica cuyo lado mide un metro. La araña usará un camino recto pasando por dos caras del cubo y atravesando una de sus aristas por un punto X como se muestra en la línea punteada de la figura. Determina la posición del punto X para que el camino seguido por la mosca sea el más corto. Encuentra el camino más corto que ha de seguir la araña para llegar hasta la mosca.



Utiliza el teorema de Pitágoras para obtener la distancia de la línea punteada. Explora

numéricamente una solución y elabora un modelo algebraico de las longitudes de las rutas posibles.

**11.** Interpreta información presentada en tablas de frecuencia y gráficos cuyos datos están agrupados en intervalos y decide cuál es la medida de tendencia central que mejor representa el comportamiento de dicho conjunto.

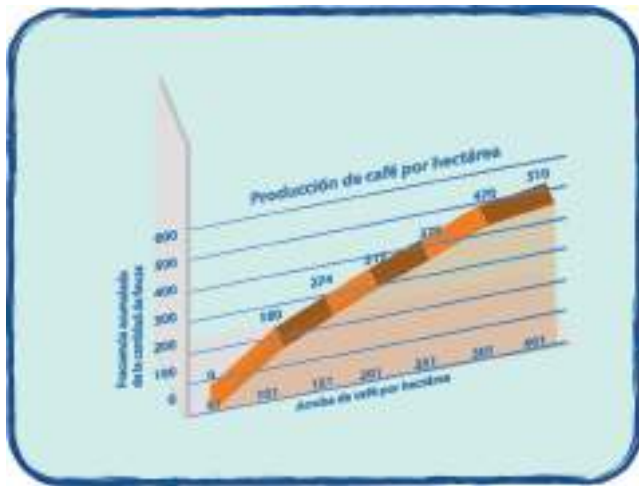
## Evidencias de aprendizaje

- Interpreta los datos representados en diferentes tablas y gráficos.
- Usa estrategias gráficas o numéricas para encontrar las medidas de tendencia central de un conjunto de datos agrupados.
- Describe el comportamiento de los datos empleando las medidas de tendencia central y el rango.
- Reconoce cómo varían las medidas de tendencia central y el rango cuando varían los datos.

## Ejemplo

Los estadísticos que hicieron un estudio sobre la producción de café por hectárea en 510 fincas cafeteras cometieron un error, no incorporaron los datos de 60 fincas de un municipio. Ellos afirman que, como en esa población la producción de café por hectárea se encuentra entre los límites menor y mayor de las ya estudiadas, en general los resultados no varían.

## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2



Lee y compara la información presentada en cada gráfica. Encuentra las medidas de tendencia central adecuadas y analiza si hay cambios o no cuando se introduce la información faltante.

**12.** Hace predicciones sobre la posibilidad de ocurrencia de un evento compuesto e interpreta la predicción a partir del uso de propiedades básicas de la probabilidad.

## Evidencias de aprendizaje

- Identifica y enumera el espacio muestral de un experimento aleatorio.

- Identifica y enumera los resultados favorables de ocurrencia de un evento indicado.
- Asigna la probabilidad de la ocurrencia de un evento usando valores entre 0 y 1.
- Reconoce cuando dos eventos son o no mutuamente excluyentes y les asigna la probabilidad usando la regla de la adición.

## Ejemplo

Se realiza un estudio con estudiantes de grado octavo para indagar por la cantidad de hermanos y sus edades. En la tabla se presentan la cantidad de estudiantes por cada número de hermanos y rango de edades.

| Rango de edades    |                  |                  |                   |                    |                |
|--------------------|------------------|------------------|-------------------|--------------------|----------------|
| Número de hermanos | Entre 0 y 2 años | Entre 2 y 5 años | Entre 5 y 10 años | Entre 10 y 20 años | Más de 20 años |
| 1                  | 1                | 2                | 10                | 13                 | 9              |
| 2                  | 2                | 4                | 5                 | 2                  | 5              |
| 3                  | 0                | 0                | 2                 | 6                  | 1              |
| 4                  | 0                | 0                | 1                 | 2                  | 3              |
| 5                  | 0                | 0                | 0                 | 1                  | 3              |
| 6 ó más            | 0                | 0                | 0                 | 0                  | 1              |

Con base en la tabla de distribución de frecuencias determina:

- ☐ La probabilidad de que un estudiante del curso tenga 1 o 2 hermanos.
- ☐ La probabilidad de que en la familia de un alumno del curso haya dos hijos y él sea el menor.
- ☐ Utiliza al menos dos procedimientos diferentes para calcular esta probabilidad y justifica la igualdad de los resultados.

## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

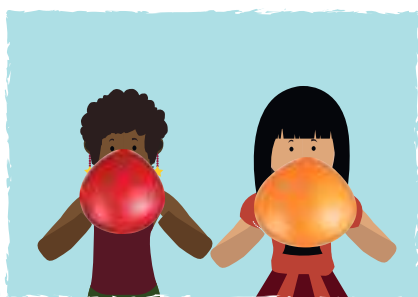
# 1. Utiliza los números reales (sus operaciones, relaciones y propiedades) para resolver problemas con expresiones polinómicas.

## Evidencias de aprendizaje

- Considera el error que genera la aproximación de un número real a partir de números racionales.
- Identifica la diferencia entre exactitud y aproximación en las diferentes representaciones de los números reales.
- Construye representaciones geométricas y numéricas de los números reales (con decimales, raíces, razones, y otros símbolos) y realiza conversiones entre ellas.

## Ejemplo

Los estudiantes de noveno inflan dos globos (como se muestran en la figura) para representar la razón entre los diámetros de dos esferas. Describe los posibles caminos que tendría en cuenta para construir esferas cuya razón entre sus diámetros sea  $\sqrt{5}$ .



- Mónica escribió la siguiente relación en el tablero:  $\frac{D}{d} = \sqrt{5} = 2.23$

Ella mencionó que D representa al diámetro del globo mayor y d al del globo menor. Identifique si en el planteamiento de Mónica puede haber un error y cómo se representaría dicha relación.

- Usando los mismos símbolos, Fernando escribió en su cuaderno  $\frac{d}{D} = \sqrt{5}$ . En caso de existir un

error ¿Qué error pudo haber cometido Fernando? Descríbalo.

- Alex dijo "Yo sé que raíz de dos es más o menos 2.23, así que voy a suponer que eso es 2" y luego agregó "Como el volumen de una esfera es  $V = \frac{4}{3} \pi \left[ \frac{d}{2} \right]^3$  quiere decir que cuando reemplazo me da el volumen de la mayor casi ocho veces la menor". Con ese resultado Alex sopló una vez un globo y luego ocho veces el otro globo y dijo "estos dos globos están en la razón pedida". Discute con sus compañeros sobre la validez del proceso hecho por Alex y comenta las consideraciones que se deben tener en cuenta para mejorar el cálculo.
- Paula, al escuchar a Alex hizo el mismo proceso pero ahora usó una aproximación  $\sqrt{5} \approx 2.2$ . Karla hizo lo mismo pero ella usó  $\sqrt{5} \approx 2.236$  ¿Qué tanto se aleja el cálculo de Paula con relación al cálculo de Karla?
- Finalmente Camila sopló, con toda su potencia, tres veces uno de los globos y dijo que esa sería la menor. Describe cómo se podría construir el globo mayor.

# 2. Propone y desarrolla expresiones algebraicas en el conjunto de los números reales y utiliza las propiedades de la igualdad y de orden para determinar el conjunto solución de relaciones entre tales expresiones.

## Evidencias de aprendizaje

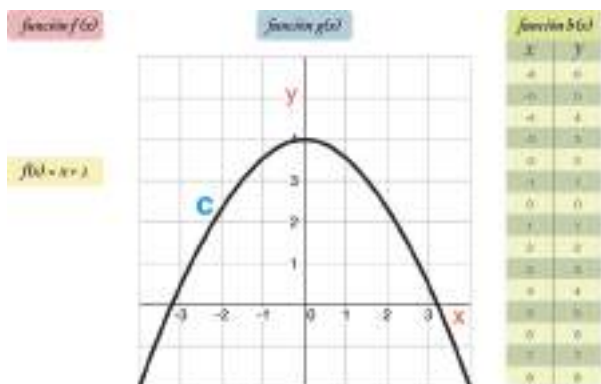
- Identifica y utiliza múltiples representaciones de números reales para realizar transformaciones y comparaciones entre expresiones algebraicas.
- Establece conjeturas al resolver una situación problema, apoyado en propiedades y relaciones entre números reales.
- Determina y describe relaciones al comparar características de gráficas y expresiones algebraicas o funciones.



# Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

## Ejemplo

La siguiente imagen muestra una representación de tres funciones diferentes:



Encuentra los valores de  $x$ , para los cuales la gráfica de la función  $f(x)$  está entre las gráficas de las funciones  $g(x)$  y  $h(x)$ . Escribe la respuesta utilizando intervalos. Sobre la gráfica de la función cuadrática  $g(x)$  dibuja las gráficas de  $f(x)$  y  $h(x)$ . Compara las funciones a partir de sus diferentes representaciones.

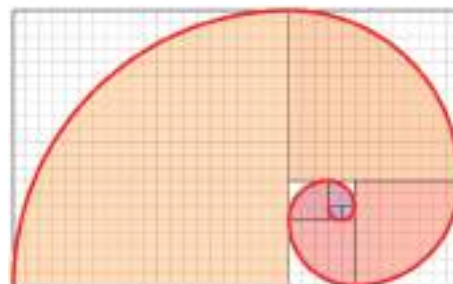
## 3. Utiliza los números reales, sus operaciones, relaciones y representaciones para analizar procesos infinitos y resolver problemas.

### Evidencias de aprendizaje

- Encuentra las relaciones y propiedades que determinan la formación de secuencias numéricas.
- Determina y utiliza la expresión general de una sucesión para calcular cualquier valor de la misma y para compararla con otras sucesiones.

## Ejemplo

Observa la siguiente espiral y describe la manera en que fue construida.



Completa la tabla al iniciar con el lado, el perímetro y el área del cuadrado más pequeño e interior de la espiral (su lado mide 1 unidad).

| No. cuadrados | 1               | 2               | 3  | 4  | 5  | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---------------|-----------------|-----------------|----|----|----|---|---|---|---|
| Lado          | 1u              | 1u              | 2u | 3u | 5u |   |   |   |   |
| Perímetro     | 4u              | 1u              |    |    |    |   |   |   |   |
| Área          | 1u <sup>2</sup> | 1u <sup>2</sup> |    |    |    |   |   |   |   |

La sucesión formada por los lados de los cuadrados se conoce como sucesión de Fibonacci (1u, 1u, 2u, 3u, 5u,...) Observa la tabla y describe patrones y regularidades que allí se presentan.



## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

- 4.** Identifica y utiliza relaciones entre el volumen y la capacidad de algunos cuerpos redondos (cilindro, cono y esfera) con referencia a las situaciones escolares y extraescolares.

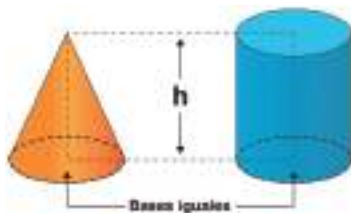
## Evidencias de aprendizaje

- Estima la capacidad de objetos con superficies redondas.
- Construye cuerpos redondos usando diferentes estrategias.
- Compara y representa las relaciones que encuentra de manera experimental entre el volumen y la capacidad de objetos con superficies redondas.
- Explica la pertinencia o no de la solución de un problema de cálculo de área o de volumen, de acuerdo con las condiciones de la situación.

## Ejemplo

Un mecánico industrial desea comprobar una estimación que ha realizado en su trabajo, en cuanto a la relación entre el volumen.

Justifica si el mecánico al construir dos piezas metálicas como las que se muestran en la figura puede comprobar la estimación.



Conjetura y comprueba las veces que cabe el contenido del recipiente en forma de cono en el de forma de cilindro al llenarlos con diferentes materiales. Utiliza el resultado obtenido por este procedimiento para expresar el volumen del cono en términos del volumen del cilindro.

- 5.** Utiliza teoremas, propiedades y relaciones geométricas (teorema de Thales y el teorema de Pitágoras) para proponer y justificar estrategias de medición y cálculo de longitudes.

## Evidencias de aprendizaje

- Describe y justifica procesos de medición de longitudes.
- Explica propiedades de figuras geométricas que se involucren en los procesos de medición.
- Justifica procedimientos de medición a partir del Teorema de Thales, Teorema de Pitágoras y relaciones intra e interfigurales.
- Valida la precisión de instrumentos para medir longitudes.
- Propone alternativas para estimar y medir con precisión diferentes magnitudes.

## Ejemplo

Camila observa un ave en un árbol y desea determinar la altura a la que se encuentra. Para ello utiliza un instrumento como el de la figura 1 (una escuadra isósceles y un pitillo). Además, en uno de los extremos ata un pedazo de hilo con un objeto que actúa como plomada.



Figura 1

# Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

En la figura 2, se observa la técnica que utiliza Camila para medir la altura a la que se encuentra el ave. Ella mira a través del pitillo y se aleja o se acerca del árbol hasta ubicarse en un punto donde pueda visualizar el ave. Luego, fija este lugar con una marca en el piso y mide la distancia  $h$  desde este punto hasta la base del árbol.



Figura 2

Identifica y describe las figuras geométricas que usó Camila en el proceso de medición y completa la tabla.

| Nombre | Lados paralelos | Lados congruentes | Ángulos |
|--------|-----------------|-------------------|---------|
|        |                 |                   |         |
|        |                 |                   |         |
|        |                 |                   |         |

Justifica el procedimiento que utilizó Camila para establecer la altura a la que se encuentra el ave como  $h+H$  y propone mejoras al instrumento para realizar mediciones más precisas.

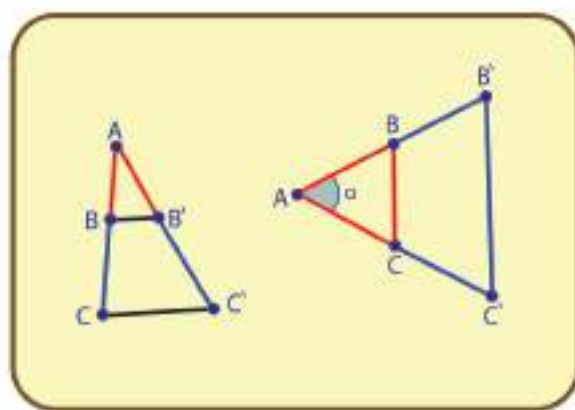
## 6. Conjetura acerca de las regularidades de las formas bidimensionales y tridimensionales y realiza inferencias a partir de los criterios de semejanza, congruencia y teoremas básicos.

### Evidencias de aprendizaje

- Reconoce regularidades en formas bidimensionales y tridimensionales.
- Explica criterios de semejanza y congruencia a partir del teorema de Tales.
- Compara figuras geométricas y conjetura sobre posibles regularidades.
- Redacta y argumenta procesos llevados a cabo para resolver situaciones de semejanza y congruencia de figuras.

### Ejemplo

Describe situaciones reales que puedan representarse con las figuras que se presentan a continuación. Problematisa las situaciones y las resuelve con el apoyo del teorema de Tales.



## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

## 7. Interpreta el espacio de manera analítica a partir de relaciones geométricas que se establecen en las trayectorias y desplazamientos de los cuerpos en diferentes situaciones.

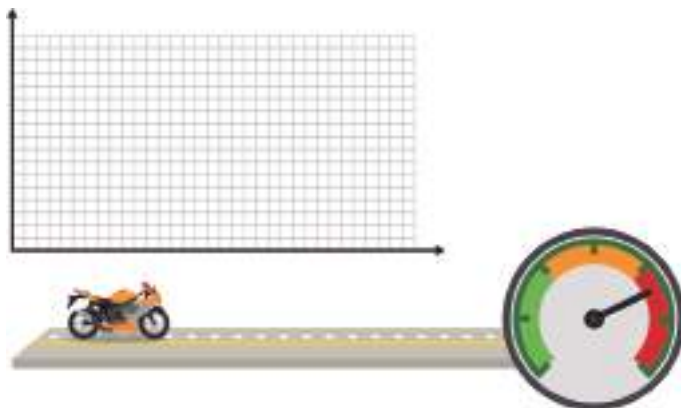
### Evidencias de aprendizaje

- Describe verbalmente procesos de trayectorias y de desplazamiento.
- Explica y representa gráficamente la variación del movimiento de diferentes objetos.

### Ejemplo

A las motocicletas antes de salir a la venta les realizan pruebas de velocidad. A partir de la visualización del video <https://www.youtube.com/watch?v=FeIqwVKdyXc>, dibuja una gráfica que represente la velocidad registrada por el tacómetro cada tres segundos.

| Tiempo | Velocidad | Variación tiempo | Variación velocidad | Variación velocidad<br>Variación tiempo |
|--------|-----------|------------------|---------------------|-----------------------------------------|
|        |           |                  |                     |                                         |
|        |           |                  |                     |                                         |
|        |           |                  |                     |                                         |
|        |           |                  |                     |                                         |
|        |           |                  |                     |                                         |
|        |           |                  |                     |                                         |
|        |           |                  |                     |                                         |



Grafica los datos registrados en la tabla y encuentra la relación con respecto a la primera gráfica. Explica a qué se deben las diferencias o las similitudes en caso de que existan y el significado de la expresión

$$\frac{(\text{Variación de la velocidad})}{(\text{Variación del tiempo})}$$

## 8. Utiliza expresiones numéricas, algebraicas o gráficas para hacer descripciones de situaciones concretas y tomar decisiones con base en su interpretación.

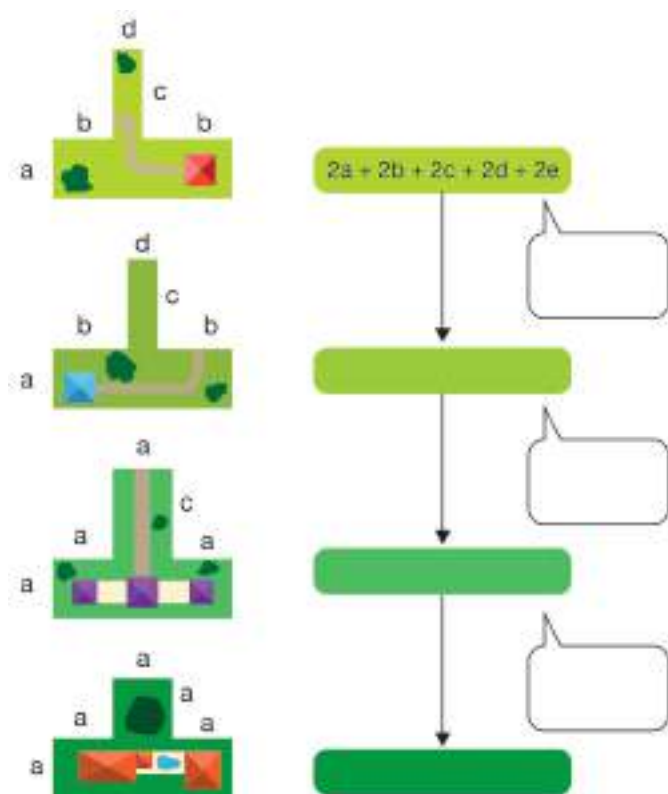
### Evidencias de aprendizaje

- Opera con formas simbólicas que representan cantidades.
- Reconoce que las letras pueden representar números y cantidades, y que se pueden operar con ellas y sobre ellas.
- Interpreta expresiones numéricas, algebraicas o gráficas y toma decisiones con base en su interpretación.

### Ejemplo

La figura<sup>1</sup> muestra varios terrenos. Cada terreno será delimitado con una cerca cuyo costo por metro es de 15.000 pesos. Cada lado tiene una longitud en metros, cuyo valor desconocemos, representado por una letra: a, b, c, d, e. Se sabe que  $a=b$ ;  $c=e$ ;  $d < a$  y  $d < c$ . Encuentra una expresión para el precio total de la cerca de cada terreno. Indica cuál de los terrenos es más costoso y cuál es menos costoso para cercar.

# Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2



<sup>1</sup> Tomado de Positive Algebra. Compuesto por Martin Kindt.I.F.

**9.** Utiliza procesos inductivos y lenguaje simbólico o algebraico para formular, proponer y resolver conjeturas en la solución de problemas numéricos, geométricos, métricos, en situaciones cotidianas y no cotidianas.

## Evidencias de aprendizaje

- Efectúa exploraciones, organiza los resultados de las mismas y propone patrones de comportamiento.
- Propone conjeturas sobre configuraciones geométricas o numéricas y las expresa verbal o simbólicamente.

- Valida las conjeturas y explica sus conclusiones.
- Interpreta expresiones numéricas y toma decisiones con base en su interpretación.

## Ejemplo<sup>2</sup>

Encuentra de manera sistemática el número total de rectángulos que se pueden formar en un tablero de 8 x 8 como el de la figura, considerando que los cuadrados son casos particulares de rectángulos. Tomar como referencia la tabla de rectángulos en una tabla de 3x3. Registra la información en una tabla, encuentra la expresión general para hallar el número de rectángulos en un cuadrado de n x n.



Rectángulos en una tabla de 3x3

| Número de rectángulos | Número de rectángulos verticales | Número de rectángulos horizontales | Total | Patrón observado   |
|-----------------------|----------------------------------|------------------------------------|-------|--------------------|
| 3x3                   | 1                                | 0                                  | 1     | 1 <sup>2</sup> =1  |
| 2x3                   | 2x1=2                            | 2x1=2                              | 4     | 2 <sup>3</sup> =8  |
| 2x2                   | 4                                | 0                                  | 4     | 3 <sup>3</sup> =27 |
| 1x3                   | 3x1=3                            | 3x1                                | 6     |                    |
| 1x2                   | 3x2=6                            | 3x2=6                              | 12    |                    |
| 1x1                   | 9                                | 0                                  | 9     | 36                 |
| total                 | 25                               | 11                                 | 36    |                    |

<sup>2</sup> Tomado de la tesis de maestría "Patrones y Regularidades Numéricas: Razonamiento Inductivo", por Luis Miguel Rangel Álvarez. Universidad Nacional de Colombia (2012).

## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

**10.** Propone un diseño estadístico adecuado para resolver una pregunta que indaga por la comparación sobre las distribuciones de dos grupos de datos, para lo cual usa comprensivamente diagramas de caja, medidas de tendencia central, de variación y de localización.

## Evidencias de aprendizaje

- Define el método para recolectar los datos (encuestas, observación o experimento simple) e identifica la población y el tamaño de la muestra del estudio.
- Construye diagramas de caja y a partir de los resultados representados en ellos describe y compara la distribución de un conjunto de datos.
- Compara las distribuciones de los conjuntos de datos a partir de las medidas de tendencia central, las de variación y las de localización.
- Elabora conclusiones para responder el problema planteado.

## Ejemplo

Responde la pregunta ¿cuál de los dos métodos es el más efectivo? usando los resultados obtenidos en un estudio realizado por el preparador físico de una escuela de fútbol en el que comparó los tiempos que se demoran, 60 jugadores, en realizar una actividad de resistencia física antes y después de realizar los entrenamientos alternativos. Se sabe que el preparador físico seleccionó al azar 30 estudiantes para conformar dos grupos y con cada grupo realizó un entrenamiento diferente.

Diagrama de caja y bigote para del rendimiento físico de los grupos antes de los entrenamientos

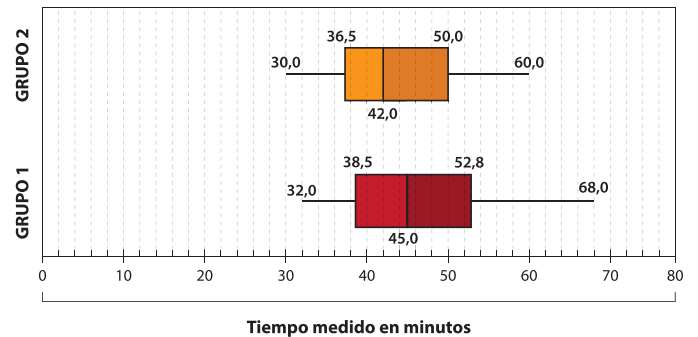
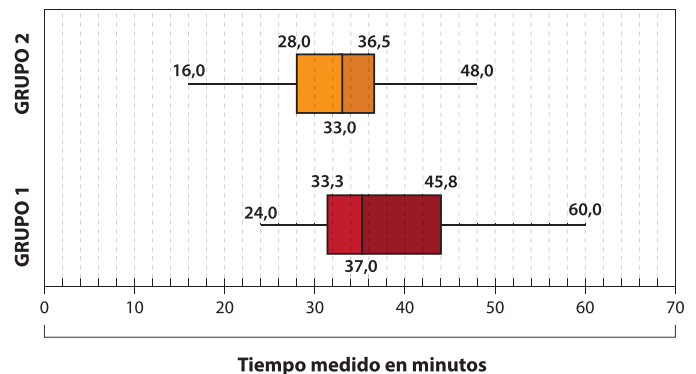


Diagrama de caja y bigote para del rendimiento físico de los grupos después de los entrenamientos



## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

- 11** Encuentra el número de posibles resultados de experimentos aleatorios, con reemplazo y sin reemplazo, usando técnicas de conteo adecuadas, y argumenta la selección realizada en el contexto de la situación abordada. Encuentra la probabilidad de eventos aleatorios compuestos.

### Evidencias de aprendizaje

- Diferencia experimentos aleatorios realizados con reemplazo, de experimentos aleatorios realizados sin reemplazo.
- Encuentra el número de posibles resultados de un experimento aleatorio, usando métodos adecuados (diagramas de árbol, combinaciones, permutaciones, regla de la multiplicación, etc.).
- Justifica la elección de un método particular de acuerdo al tipo de situación.
- Encuentra la probabilidad de eventos dados usando razón entre frecuencias.

### Ejemplo

Se está organizando la ejecución de las pruebas de atletismo en el colegio; para participar en éstas se han organizado 3 horarios, de 7:00 a.m a 8:00 a.m, de 9:00 a.m a 10:00 a.m y de 11:00 a.m a 12:00 m, la condición es que en cada horario solo puede realizar una prueba atlética. Se indica a los participantes que para clasificar es necesario que presenten tres de las cinco pruebas organizadas. Se desea conocer el número total de opciones que tiene un participante para seleccionar las tres pruebas que debe presentar. Usa métodos de conteo, sistemáticos o no y, argumenta sobre el método elegido en función de la situación planteada.



## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

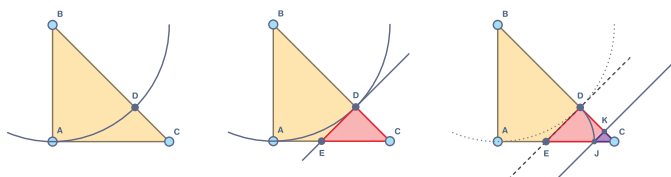
1. Utiliza las propiedades de los números reales para justificar procedimientos y diferentes representaciones de subconjuntos de ellos.

## Evidencias de aprendizaje

- Argumenta la existencia de los números irracionales.
- Utiliza representaciones geométricas de los números irracionales y los ubica en una recta numérica.
- Describe la propiedad de densidad de los números reales y utiliza estrategias para calcular un número entre otros dos.

## Ejemplo

A partir de construcciones como la de la figura elabora argumentos para mostrar que raíz cuadrada de dos no puede representarse como la división de dos enteros. Los catetos de los triángulos son números enteros.



Identifica que en cada nuevo elemento de la sucesión el nuevo triángulo construido es rectángulo isósceles.

Determina si la sucesión de figuras puede continuarse. ¿cuántos nuevos elementos puede tener hasta cubrir por completo BC?

2. Utiliza las propiedades algebraicas de equivalencia y de orden de los números reales para comprender y crear estrategias que permitan compararlos y comparar subconjuntos de ellos (por ejemplo, intervalos).

## Evidencias de aprendizaje

- Ordena de menor a mayor o viceversa números reales.
- Describe el 'efecto' que tendría realizar operaciones con números reales (positivos, negativos, mayores y menores que 1) sobre la cantidad.
- Utiliza las propiedades de la equivalencia para realizar cálculos con números reales.

## Ejemplo

A la 'máquina' de la figura se le introducen números, los procesa de acuerdo con una regla y arroja los resultados.



La máquina puede realizar los siguientes procesos:

Proceso 1: "Toma el número de entrada y lo divide entre 0,25".

Proceso 2: "Toma el número de entrada y lo multiplica por 5".

Proceso 3: "Toma el número de entrada y le saca raíz cuadrada".

Determina los conjuntos de salida, si se toman los números de entrada en cada uno de los conjuntos dados;

## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

Conjunto 1:  $\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}$

Conjunto 2:  $[0, 0.5]$

Conjunto 3:  $[5, \infty)$

Conjunto 4:  $[-1.5, -0.5]$

Margarita dijo "yo pensaba que dividir siempre daba como resultado un número más pequeño, ahora me doy cuenta que no". Analiza la validez de la afirmación y justifica la decisión tomada.

### 3. Resuelve problemas que involucran el significado de medidas de magnitudes relacionales (velocidad media, aceleración media) a partir de tablas, gráficas y expresiones algebraicas.

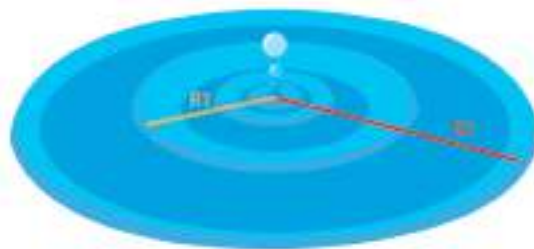
#### Evidencias de aprendizaje

- Reconoce la relación funcional entre variables asociadas a problemas.
- Interpreta y expresa magnitudes definidas como razones entre magnitudes (velocidad, aceleración, etc.), con las unidades respectivas y las relaciones entre ellas.
- Utiliza e interpreta la razón de cambio para resolver problemas relacionados con magnitudes como velocidad, aceleración.
- Explica las respuestas y resultados en un problema usando las expresiones algebraicas y la pertinencia de las unidades utilizadas en los cálculos.

#### Ejemplo

Al arrojar piedras a un lago de aguas tranquilas se van formando ondas circulares concéntricas, las cuales van aumentando de tamaño a medida que transcurre el tiempo. Una onda exterior tiene un radio de 80 cm y la rapidez con la que aumenta su radio es de 0,3 m/s. El aumento del tamaño

de las ondas significa que aumenta el radio y por lo tanto el área de los círculos concéntricos.



Discute la rapidez con la cual aumenta el área del círculo formado por la onda. Completa la tabla calculando la rapidez con la que aumenta el área de las ondas, para  $t = 1, 2, 3$ , respectivamente. Compara, a partir de gráficas cartesianas, el cambio de radio, de la rapidez de cambio del radio, el cambio de las áreas y la rapidez del cambio de área.

| Radio (m) | Área del círculo (m <sup>2</sup> ) | Tiempo (seg) | Rapidez (m <sup>2</sup> /s) |
|-----------|------------------------------------|--------------|-----------------------------|
| 0,1       |                                    | 1            |                             |
|           |                                    | 2            |                             |
|           | $0,09 \pi$                         | 3            |                             |

Discute sobre las magnitudes que son razones de otras magnitudes, sus unidades y la solución de ecuaciones.

## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

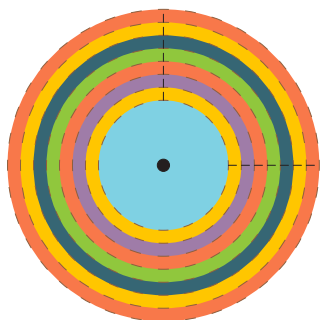
#### 4. Comprende y utiliza funciones para modelar fenómenos periódicos y justifica las soluciones.

##### Evidencias de aprendizaje

- Reconoce el significado de las razones trigonométricas en un triángulo rectángulo para ángulos agudos, en particular, seno, coseno y tangente.
- Explora, en una situación o fenómeno de variación periódica, valores, condiciones, relaciones o comportamientos, a través de diferentes representaciones.
- Calcula algunos valores de las razones seno y coseno para ángulos no agudos, auxiliándose de ángulos de referencia inscritos en el círculo unitario.
- Reconoce algunas aplicaciones de las funciones trigonométricas en el estudio de fenómenos diversos de variación periódica, por ejemplo: movimiento circular, movimiento del péndulo, del pistón, ciclo de la respiración, entre otros.
- Modela fenómenos periódicos a través de funciones trigonométricas.

##### Ejemplo

Construye un disco de radio 12 cm con diferentes colores, de tal forma que cada franja de color se encuentre a una distancia determinada con respecto al centro del disco. El primer color (azul claro) se encuentra desde el centro del disco hasta un radio de 5 cm y los demás colores tienen un ancho de un centímetro.



Representa en un plano cartesiano el movimiento que realiza una marca que se hace en algunos de las franjas del disco, cuando éste se hace girar. El centro del disco de colores está en  $(0, 0)$ . Determina los tiempos en los que la marca gira  $30^\circ$  más a partir de su posición de inicio  $\alpha = 0^\circ$  y realiza la gráfica para estas dos variables hasta una vuelta completa del disco.

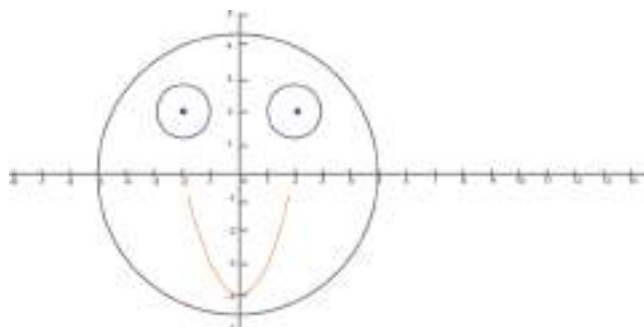
#### 5. Explora y describe las propiedades de los lugares geométricos y de sus transformaciones a partir de diferentes representaciones.

##### Evidencias de aprendizaje

- Localiza objetos geométricos en el plano cartesiano.
- Identifica las propiedades de lugares geométricos a través de sus representación en un sistema de referencia.
- Utiliza las expresiones simbólicas de las cónicas y propone los rangos de variación para obtener una gráfica requerida.
- Representa lugares geométricos en el plano cartesiano, a partir de su expresión algebraica.

##### Ejemplo

Con un software de geometría dinámica y mediante la escritura de las ecuaciones diseña la imagen de la figura. Realiza su propio diseño.



## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

Realiza un vídeo (editor de videos Windows Movie Maker de office o Virtual Dub) acerca del paso a paso del diseño. En caso de no contar con un software de geometría dinámica realiza en papel milimetrado la construcción.

### 6. Comprende y usa el concepto de razón de cambio para estudiar el cambio promedio y el cambio alrededor de un punto y lo reconoce en representaciones gráficas, numéricas y algebraicas.

#### Evidencias de aprendizaje

- Utiliza representaciones gráficas o numéricas para tomar decisiones, frente a la solución de problemas prácticos.
- Determina la tendencia numérica en relación con problemas prácticos como predicción del comportamiento futuro.
- Relaciona características algebraicas de las funciones, sus gráficas y procesos de aproximación sucesiva.

#### Ejemplo

Difusión del sarampión. La difusión del sarampión en cierta escuela está dada por la expresión,

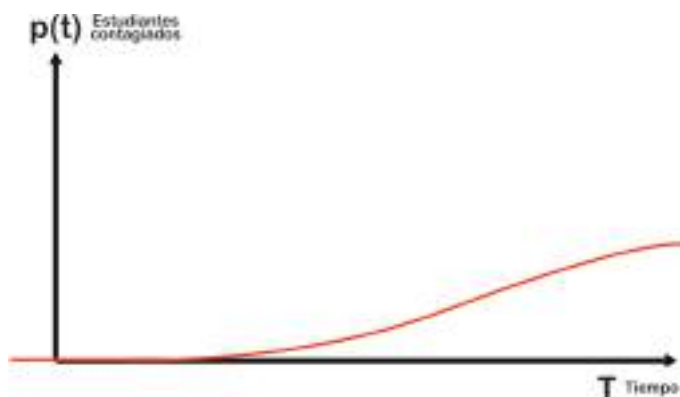
$$P(t) = \frac{200}{1 + e^{-(5-t)}}$$

donde  $t$  representa el número de días desde la aparición del sarampión, y  $P(t)$  representa el número total de estudiantes que se han contagiado hasta la fecha.

Estima tanto el número inicial de estudiantes infectados como el número de estudiantes que se contagiarán.

Determina cuándo se presenta la máxima tasa de difusión del sarampión e indica cuál es esa tasa.

Nota: Se pide la “máxima tasa” de variación que es diferente al valor máximo para  $P(t)$ . Una estimación geométrica es posible.



### 7. Resuelve problemas mediante el uso de las propiedades de las funciones y usa representaciones tabulares, gráficas y algebraicas para estudiar la variación, la tendencia numérica y las razones de cambio entre magnitudes.

#### Evidencias de aprendizaje

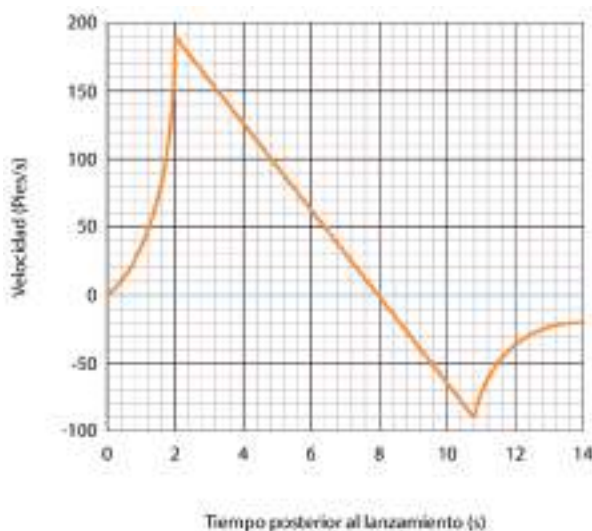
- Utiliza representaciones gráficas o numéricas para tomar decisiones en problemas prácticos.
- Usa la pendiente de la recta tangente como razón de cambio, la reconoce y verbaliza en representaciones gráficas, numéricas y algebraicas.
- Utiliza la razón entre magnitudes para tomar decisiones sobre el cambio.
- Relaciona características algebraicas de las funciones, sus gráficas y procesos de aproximación sucesiva.

## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

Ejemplo<sup>2</sup>

Al lanzar un cohete, el combustible se quema durante algunos segundos, acelerando hacia arriba. Después de consumirse el combustible, el cohete sigue ascendiendo durante un tiempo y luego comienza a caer. Una pequeña carga explosiva expulsa un paracaídas poco después que el cohete comienza a descender. El paracaídas evita que el cohete se estrelle. La gráfica muestra los datos de velocidad durante el vuelo. Utiliza la gráfica para determinar: la velocidad del cohete cuando se para el motor, el tiempo de funcionamiento del motor, el tiempo cuando alcanzó el cohete el punto más alto y su velocidad en ese momento.

En el momento en que el paracaídas se abrió, determina la velocidad de caída del cohete, el tiempo de caída antes de que se abiera el paracaídas, la velocidad y la aceleración máxima del cohete.



<sup>2</sup> Tomado de Cálculo de una variable. Finney, Demana, Waits y Kennedy. Prentice Hall. Segunda Edición. 2000.

## 8. Selecciona muestras aleatorias en poblaciones grandes para inferir el comportamiento de las variables en estudio. Interpreta, valora y analiza críticamente los resultados y las inferencias presentadas en estudios estadísticos.

## Evidencias de aprendizaje

- Define la población de la cual va a extraer las muestras.
- Define el tamaño y el método de selección de la muestra.
- Construye gráficas para representar las distribuciones de los datos muestrales y encuentra los estadígrafos adecuados. Usa software cuando sea posible.
- Hace inferencias sobre los parámetros basadas en los estadígrafos calculados.
- Hace análisis críticos de las conclusiones de los estudios presentados en medios de comunicación o en artículos científicos.

## Ejemplo

Con la información que se presenta tanto en la página web (<http://banrep.gov.co/es/encuesta-expectativas-trimestral>) como en la siguiente ficha técnica, elabora un informe crítico al estudio realizado por el Banco de la República sobre las expectativas económicas.





## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

<http://banrep.gov.co/es/encuesta-expectativas-trimestral>

- 9. Comprende y explica el carácter relativo de las medidas de tendencia central y de dispersión, junto con algunas de sus propiedades, y la necesidad de complementar una medida con otra para obtener mejores lecturas de los datos.**

## Evidencias de aprendizaje

- Encuentra las medidas de tendencia central y de dispersión, usando, cuando sea posible, herramientas tecnológicas.
- Interpreta y compara lo que representan cada una de las medidas de tendencia central en un conjunto de datos.
- Interpreta y compara lo que representan cada una de las medidas de dispersión en un conjunto de datos.
- Usa algunas de las propiedades de las medidas de tendencia central y de dispersión para caracterizar un conjunto de datos.
- Formula conclusiones sobre la distribución de un conjunto de datos, empleando más de una medida.

## Ejemplo

Se realizó un estudio para determinar la durabilidad de dos marcas de llantas para moto, para esto, se escogieron al azar 20 llantas de cada marca y se pusieron a prueba. Los resultados se presentan en las siguientes tablas.

| No. de llantas | Durabilidad de las llantas marca 1 (meses) | Durabilidad de las llantas marca 2 (meses) |
|----------------|--------------------------------------------|--------------------------------------------|
| 1              | 24,3                                       | 24,5                                       |
| 2              | 23,5                                       | 25,8                                       |
| 3              | 25,7                                       | 25,7                                       |
| 4              | 26,5                                       | 26,5                                       |
| 5              | 24,3                                       | 24,7                                       |
| 6              | 24,6                                       | 25,4                                       |
| 7              | 26,2                                       | 24,8                                       |
| 8              | 25,7                                       | 25,9                                       |
| 9              | 24,6                                       | 5,4                                        |
| 10             | 25,4                                       | 24,2                                       |
| 11             | 26,4                                       | 24,5                                       |
| 12             | 24,7                                       | 25,2                                       |
| 13             | 23,2                                       | 23,4                                       |
| 14             | 25,4                                       | 25,8                                       |
| 15             | 24,5                                       | 26,9                                       |
| 16             | 27,1                                       | 25,3                                       |
| 17             | 26,8                                       | 23,5                                       |
| 18             | 23,4                                       | 24,4                                       |
| 19             | 24,8                                       | 22,8                                       |
| 20             | 25,6                                       | 21,5                                       |

Encuentra la medida que mejor representa los datos, justifica su elección y decide cuál es la marca con mayor durabilidad.

- 10. Propone y realiza experimentos aleatorios en contextos de las ciencias naturales o sociales y predice la ocurrencia de eventos, en casos para los cuales el espacio muestral es indeterminado.**

## Evidencias de aprendizaje

- Plantea o identifica una pregunta cuya solución requiera de la realización de un experimento aleatorio.
- Identifica la población y las variables en estudio.
- Encuentra muestras aleatorias para hacer predicciones sobre el comportamiento de las variables en estudio.
- Usa la probabilidad frecuencial para interpretar la posibilidad de ocurrencia de un evento dado.
- Infiere o valida la probabilidad de ocurrencia del evento en estudio.



## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

## Ejemplo

En una revista médica se menciona lo siguiente:  
"Se ha estimado que la probabilidad de que una persona fumadora muera de una enfermedad asociada con el consumo del cigarrillo es de aproximadamente  $\frac{1}{2}$ ".

Se trata de describir un método posible por medio del cual se haya podido llegar a este resultado. "Afirma que el estudio se pudo realizar en una muestra aleatoria de la población de personas fumadoras en donde se calculó la probabilidad de que una persona fumadora muera de una enfermedad asociada con el consumo del cigarrillo. Concluye que lo previsible es que en esa muestra el resultado haya sido  $\frac{1}{2}$ ".

## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

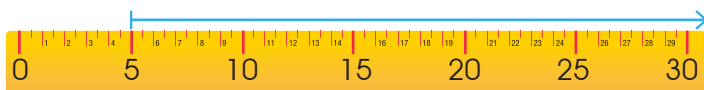
- 1. Utiliza las propiedades de los números (naturales, enteros, racionales y reales) y sus relaciones y operaciones para construir y comparar los distintos sistemas numéricos.**

### Evidencias de aprendizaje

- Describe propiedades de los números y las operaciones que son comunes y diferentes en los distintos sistemas numéricos.
- Utiliza la propiedad de densidad para justificar la necesidad de otras notaciones para subconjuntos de los números reales.
- Construye representaciones de los conjuntos numéricos y establece relaciones acorde con sus propiedades.

### Ejemplo

Un profesor presenta a sus estudiantes las siguientes imágenes:



El profesor pregunta a sus estudiantes: *¿Cuáles aspectos en común tienen las tres representaciones?* A la pregunta Federico respondió: *"Las tres representan lo mismo, están hablando de los números mayores que cinco"*. Sara dijo *"Federico, en parte, tiene razón; pero los conjuntos no son los mismos"*. Luego, el profesor agregó: *"¡Muy bien Sara! Entonces si no son los mismos conjuntos, ¿cuáles serían sus diferencias?, ¿Podrías describirme esos conjuntos?"*

Finalmente, Carolina después de todo el trabajo dijo: *"Yo no he podido entender una cosa, ¿Por qué no es válido que yo diga que de cinco siga el 5.1 o el 5.01?"*

Discute la veracidad de las afirmaciones de Sara y Federico. Ofrece una respuesta a la pregunta de Carolina.

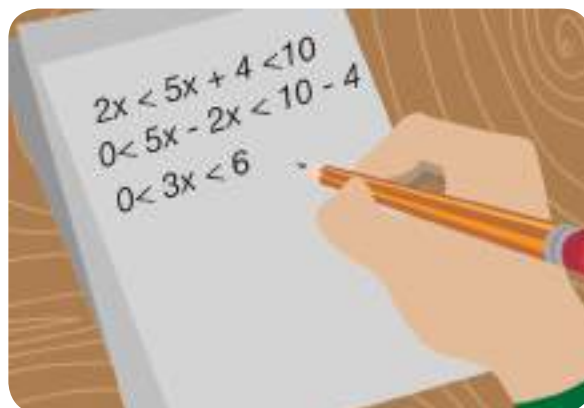
- 2. Justifica la validez de las propiedades de orden de los números reales y las utiliza para resolver problemas analíticos que se modelen con inecuaciones.**

### Evidencias de aprendizaje

- Utiliza propiedades del producto de números Reales para resolver ecuaciones e inecuaciones.
- Interpreta las operaciones en diversos dominios numéricos para validar propiedades de ecuaciones e inecuaciones.

### Ejemplo

*"Ana una estudiante de undécimo decide resolver una inecuación como se muestra en la siguiente figura:"*



## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

Ana argumenta que para resolver la inecuación, todo lo que está sumando al lado izquierdo se pasa a restar al lado derecho y posteriormente, realiza las operaciones. Luego, termina su ejercicio de la siguiente manera: dice que para despejar la  $x$  pasa a multiplicar el 3 a ambos lados”.



Analiza los procedimientos propuestos por la estudiante de la situación anterior y valida su solución. En caso de encontrar algún error, construye una nueva solución.

## Ejemplo

Desde la terraza de un edificio con una altura ( $h_0$ ) de 40 metros, se lanza un balón verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial ( $V_0$ ) de 19m/s. La altura  $H$  que alcanza el balón en un tiempo  $t$  (en segundos) se puede calcular con la expresión.

$$H = -4,9t^2 + V_0 t + h_0$$

Discute el significado y las unidades del número -4,9. Explica la relación entre las unidades de las magnitudes involucradas en la expresión para calcular la altura, de manera que ésta quede expresada en metros. Explica por qué la velocidad se expresa en m/s y la aceleración en m/s<sup>2</sup>. Explica el sentido de la afirmación “la expresión para  $H$  representa la gráfica de una parábola en el sistema de coordenadas  $H$  contra  $t$ , pero el movimiento de caída libre puede ser vertical cuando se suelta un objeto desde cierta altura”.

### 3. Utiliza instrumentos, unidades de medida, sus relaciones y la noción de derivada como razón de cambio, para resolver problemas, estimar cantidades y juzgar la pertinencia de las soluciones de acuerdo al contexto.

#### Evidencias de aprendizaje

- Reconoce magnitudes definidas como razones entre otras magnitudes.
- Interpreta y expresa magnitudes como velocidad y aceleración, con las unidades respectivas y las relaciones entre ellas.
- Utiliza e interpreta la derivada para resolver problemas relacionados con la variación y la razón de cambio de funciones que involucran magnitudes como velocidad, aceleración, longitud, tiempo.
- Explica las respuestas y resultados en un problema usando las expresiones algebraicas y la pertinencia de las unidades utilizadas en los cálculos.

## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

- 4.** Interpreta y diseña técnicas para hacer mediciones con niveles crecientes de precisión (uso de diferentes instrumentos para la misma medición, revisión de escalas y rangos de medida, estimaciones, verificaciones a través de mediciones indirectas).

## Evidencias de aprendizaje

- Interpreta la rapidez como una razón de cambio entre dos cantidades.
- Justifica la precisión de una medición directa o indirecta de acuerdo con información suministrada en gráficas y tablas.
- Establece conclusiones pertinentes con respecto a la precisión de mediciones en contextos específicos (científicos, industriales).
- Determina las unidades e instrumentos adecuados para mejorar la precisión en las mediciones.
- Reconoce la diferencia entre la precisión y la exactitud en procesos de medición.

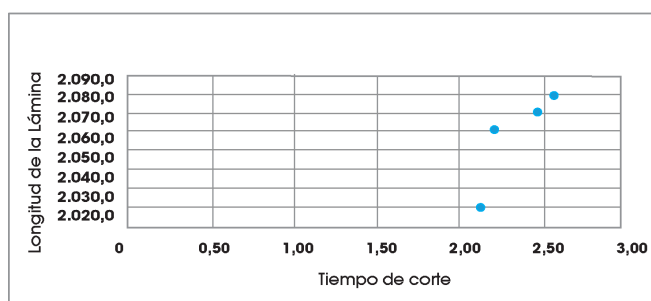
## Ejemplo

En una fábrica se requiere cortar láminas de acero para fabricar piezas de diferentes formas (cilindros, conos truncados, pirámides truncadas, prismas, etc). Los cortes de dichas láminas se realizan con “discos de corte” acoplados a una máquina pulidora. Para establecer la eficiencia de un mecánico industrial al hacer los cortes, se toman los datos que aparecen en la tabla (la longitud de la lámina cortada se mide con un flexómetro en mm; el tiempo se mide con un cronómetro en minutos, el procedimiento se realiza para 4 discos de la misma marca y el mismo diámetro).

| Disco | Rendimiento productivo:<br>Longitud de Lámina cortada (mm) | Tiempo (min) |
|-------|------------------------------------------------------------|--------------|
| 1     | 2060                                                       | 2.23         |
| 2     | 2070                                                       | 2.45         |
| 3     | 2030                                                       | 2.17         |
| 4     | 2080                                                       | 2.65         |

Los datos fueron tomados en un contexto real de la industria.

Determina la rapidez media con la que el mecánico corta las láminas. De acuerdo con el gráfico determina la precisión de la rapidez media del mecánico para cortar las láminas.



Identifica y explica los factores que influyen en la precisión de la rapidez del mecánico para realizar los cortes, y propone técnicas para medir con mayor precisión la rapidez del mecánico al cortar las láminas.

## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

- 5.** Interpreta la noción de derivada como razón de cambio y como valor de la pendiente de la tangente a una curva y desarrolla métodos para hallar las derivadas de algunas funciones básicas en contextos matemáticos y no matemáticos.

## Evidencias de aprendizaje

- Relaciona la noción derivada con características numéricas, geométricas y métricas.
- Utiliza la derivada para estudiar la covariación entre dos magnitudes y relaciona características de la derivada con características de la función.
- Halla la derivada de algunas funciones empleando métodos gráficos y numéricos.

## Ejemplo

Cuando un atleta recorre cierta distancia se puede suponer que su velocidad no es constante, que a partir del momento en que sale empieza a aumentar su velocidad hasta un pico máximo y que disminuye progresivamente hasta el final. Si se admite que la ecuación

$$F(t) = 0.00192t(250 - t)$$

Representa la distancia recorrida por el atleta en metros cuando lleva  $t$  segundos.

Averigua la distancia que ha recorrido cuando alcanza la mayor velocidad.

Usa la derivada para construir un argumento.



- 6.** Modela objetos geométricos en diversos sistemas de coordenadas (cartesiano, polar, esférico) y realiza comparaciones y toma decisiones con respecto a los modelos.

## Evidencias de aprendizaje

- Reconoce y utiliza distintos sistemas de coordenadas para modelar.
- Compara objetos geométricos, a partir de puntos de referencia diferentes.
- Explora el entorno y lo representa mediante diversos sistemas de coordenadas.

## Ejemplo

La naturaleza tiene formas curvas que revelan regularidades geométricas muy hermosas. Algunas de ellas se perciben en las flores, las mariposas, los caracoles y otros animales o plantas como se aprecia en las siguientes imágenes.



Con el apoyo de un software matemático o de papel milimetrado, realiza una representación aproximada de cada una de las formas que se presentan en los diferentes sistemas de coordenadas.

Tomado y modificado de Pérez, N. J. C., & Gutiérrez, R. W. S. (2012). Coordenadas polares: curvas maravillosas. En Blanco y Negro, 1(1), 1-27. <http://ezproxybib.pucp.edu.pe/index.php/enblancoynegro/article/view/2191>

## Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

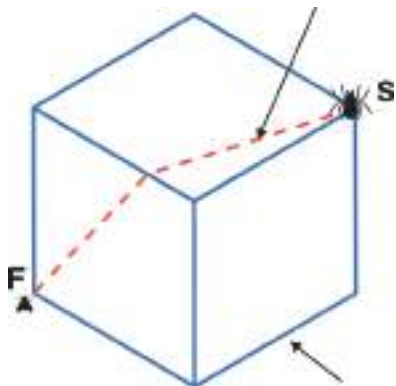
- 7.** Usa propiedades y modelos funcionales para analizar situaciones y para establecer relaciones funcionales entre variables que permiten estudiar la variación en situaciones intraescolares y extraescolares.

### Evidencias de aprendizaje

- Plantea modelos funcionales en los que identifica variables y rangos de variación de las variables.
- Relaciona el signo de la derivada con características numéricas, geométricas y métricas.
- Utiliza la derivada para estudiar la variación y relaciona características de la derivada con características de la función.
- Relaciona características algebraicas de las funciones, sus gráficas y procesos de aproximación sucesiva.

### Ejemplo

Una araña ubicada en una esquina quiere cazar a una mosca que está ubicada en la esquina inferior izquierda de una caja cúbica cuyo lado mide un metro. La araña usará un camino recto señalado en línea punteada. Encuentra el camino más corto que ha de seguir la araña para llegar hasta la mosca.



- 8.** Encuentra derivadas de funciones, reconoce sus propiedades y las utiliza para resolver problemas.

### Evidencias de aprendizaje

- Utiliza la derivada para estudiar la variación y relaciona características de la derivada con características de la función.
- Relaciona características algebraicas de las funciones, sus gráficas y procesos de aproximación sucesiva.
- Calcula derivadas de funciones.

### Ejemplo<sup>[1]</sup>

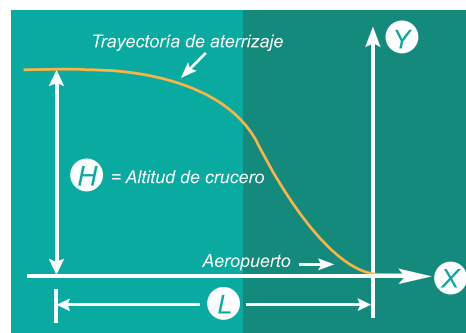
Un avión vuela a una altitud  $H$  cuando comienza su descenso a una pista de aeropuerto que está a una distancia  $L$  del avión, con respecto al suelo, como se muestra en la figura. Asume que la trayectoria de aterrizaje se representa con la gráfica de una función polinomial cúbica  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ , donde  $y(-L) = H$ ,  $y(0) = 0$ . Encuentra el valor de  $\frac{dy}{dx}$  en  $x=0$  y el valor de

$$\frac{dy}{dx} \text{ en } x=-L?$$

Utiliza los valores de  $\frac{dy}{dx}$  en  $x=0$  y en  $x=-L$  junto

con  $y(0)=0$  y  $y(-L)=H$  para mostrar que  $y(x) = H \left[ \frac{2(x)^3}{L} + \frac{3(x)^2}{L} \right]$

<sup>[1]</sup> Tomado de Cálculo de una variable. Finney, Demana, Waits y Kennedy. Prentice Hall Segunda Edición. 2000.





# Derechos Básicos de Aprendizaje • v.2

## 9. Plantea y resuelve situaciones problemáticas del contexto real y/o matemático que impliquen la exploración de posibles asociaciones o correlaciones entre las variables estudiadas.

### Evidencias de aprendizaje

- En situaciones matemáticas plantea preguntas que indagan por la correlación o la asociación entre variables.
- Define el plan de recolección de la información, en el que se incluye: definición de población y muestra, método para recolectar la información (encuestas, observaciones o experimentos simples), variables a estudiar.
- Elabora gráficos de dispersión usando software adecuado como Excel y analiza las relaciones que se visibilizan en el gráfico.
- Expresa cualitativamente las relaciones entre las variables, para lo cual utiliza su conocimiento de los modelos lineales.
- Usa adecuadamente la desviación estándar, la media el coeficiente de variación y el de correlación para dar respuesta a la pregunta planteada.

### Ejemplo



En un artículo de ciencias se afirma que: "los antropólogos y los paleontólogos usan las longitudes de los huesos fósiles largos como el fémur y el húmero para calcular la estatura del

individuo en estudio". Diseña y lleva a cabo un estudio estadístico para comprobar si se puede demostrar que existe una relación entre la estatura y la longitud de los huesos largos entre los seres humanos.

## 10. Plantea y resuelve problemas en los que se reconoce cuando dos eventos son o no independientes y usa la probabilidad condicional para comprobarlo.

### Evidencias de aprendizaje

- Propone problemas a estudiar en variedad de situaciones aleatorias.
- Reconoce los diferentes eventos que se proponen en una situación o problema.
- Interpreta y asigna la probabilidad de cada evento.
- Usa la probabilidad condicional de cada evento para decidir si son o no independientes.

### Ejemplo

Los resultados de la encuesta realizada con personas entre 14 a 17 años de edad, seleccionadas al azar, se presentan en la siguiente tabla:

| Preferencia | Género  |         | TOTAL |
|-------------|---------|---------|-------|
|             | Hombres | Mujeres |       |
| Deportes    | 90      | 88      | 178   |
| Música      | 93      | 74      | 167   |
| TOTAL       | 183     | 162     | 345   |

Plantea una pregunta sobre la relación entre las dos variables que se presentan en la tabla, indica si las dos variables (género y preferencia) son o no independientes y da respuesta a la pregunta planteada.

Este es un documento en proceso de realimentación por medio de la construcción colectiva nacional. Para ello, participa en <https://goo.gl-xZ9xmC> donde encontrarás el Foro virtual que estará disponible desde noviembre de 2016 hasta la realización de los nuevos ajustes en 2017.

Calle 43 No 57-14  
Centro Administrativo Nacional, CAN  
Bogotá D.C. - Colombia  
Conmutador: (+571) 2222800  
Fax: (+571) 2222800

Línea gratuita fuera de Bogotá  
018000910122  
Línea gratuita Bogotá (+571) 2220206

[www.mineduacion.gov.co](http://www.mineduacion.gov.co)



@Mineducación



Ministerio de Educación Nacional

